АРІТМЕТІКЪ

КАП І

ПЕНТРУ NУМЕРІЛЕ ѦNТРЕЦІ

1. Ѧnсемнърї прегътітоаре.

1. Требуінца а' дежудека ѧnтре сіне мъріміле фелуріmелор де сістеме де лукрурї асеменѣ, адікъ ка съ nу аместекъм треї оаменї ку зече ші ку о сутъ, nеа сіліт съ афлъм ніще nумірї ѧn адінс, ка съ арате деосебї пе фіеще каре адунаре. Аша УNІМЕ се-унеще орі че обжет саў лукру дін каре се-компуnе ачѣ адунаре; іар NУМЪРУЛ саў КѪТЪЦІМЕ арать кѫте дінтр'ачесте обжетурї купрінде; ші де ачі він зічеріле:

Уnу, доі, треі, патру, чінчї, шасе, шапте, опт, ноъ, зече, ші ціфреле саў характері пріn каре се-арать ачесте nумере.

1 2 3 4 5 6 7 8 9.....

2. Де мулте орї воім съ уnім маі мулте nумере ѧnтр'уnул адікъ съ ле Адунъм. Ачѣсть Адунаре се-арать пріn семнул + че се-пронунціазъ ПЛУС, саў

о мȣлціме ненȣмъратъ де нȣмірі ші де характері. Не депъртъм ꙟнсъ де ачѣстъ кȣ ȣн міжлок фоарте лесне ші інџеніос; адікъ нѣам ꙟмвоіт ка фіеще каре ціфръ пȣсъ д'астѫнга алтіа съ фіе де зече орі маі маре де кѫт дака ар фі фост ꙟн локȣл ачеꙗ. Афаръ де ачѣста ам афлат о ціфръ 0, пе каре о нȣмім НȢЛЪ, ші каре де сіне нȣ аре нічі ȣн прец ал съȣ партікȣлар.

Ка съ скрім дар нȣмърȣл 9+1 пе каре ꙟл нȣмім зече скрім 10, прекȣм ші 10+1 се-аратъ 11; асеменѣ ші пе доъ-спре-зече, треі-спре-зече патрȣ-спре-зече, чінчі-спре-зече, шаі-спре-зече,.... скрім 12, 13, 14, 15, 16,....; Ꙟн ꙟнтѫмпльъріле ачестѣ ціфра 1 прецȣеще зече пентрȣ къ есте д'астѫнга ꙟн трѣпта а доа.

Ꙟнтрȣ асеменѣ кіп ші доъ-зечі, доъ-зечі-ші ȣна, доъ-зечі-ші доъ,.... се-скріȣ 20,21,22 .. пентрȣ къ ціфра 2 ка ꙟн а доілѣ трѣптъ прецȣеще д-зечюрі. О сȣтъ, о сȣтъ ȣна, о сȣтъ доъ. се-скріȣ 100, 101, 102.... шчл.

Есте лесне съ ꙟнцелеџем къ прін ажȣторȣл ачещії ꙟмвоірі пȣтем съ скрім тоате нȣмеріле челе пȣтінчоасе кȣ зече характері нȣмаі: фіінд къ, ка съ мъріm прін ȣнȣл орі че нȣмър, прекȣм пе 537, е дестȣл съ пȣнем ꙟн локȣл лȣі 7, каре есте ꙟн дрѣпта, пе ȣрмъторȣл съȣ ꙟн шірȣл 1,2,3,4 ... 7,8,9 ші авем 538.

Дака ціфра дін дрѣпта ар фі 9, ꙟн локȣі пȣнем 0, ші адьогаръ лȣі ȣнȣ се-фаче ꙟн ціфра чѣ д'астѫнга

лУї 9. Аша ↑N 539 + 1, пУNем ↑N локУл лУї 3 пе 4, ші ↑N локУл лУї 9 нУла, каре фаче 540=539+1. Асемене 12999+1=13000; 999+1=1000.

7. ТребУе акУм съ не фачем о лімбъ ка съ пУтем аръта фіеші-каре нУмър фъръ а ↑ммУлці немърцініт нУмеле лор. Пентру ачеста не↑мвоім а пронУнціа пе рънд ціфреле че фак Ун нУмър де треі характері, дънд фіекърУя кътe о нУміре каре съ ї арате трепта.

Ші аша маї ↑нтъю ціфреле деа доа трептъ че се нУмеск зечімі аУ ачесте нУмірі: 10, се-нУмеще зече; 20 доъ зечї; 30, треї-зечї; 40, патрУ-зечї; 50, чінчї-зечї; 60, шаї-зечї: 70, шапте-зечї; 80, опт-зечї; 90, ноъ-зечї. Прекум ші 45, 57, 72, 93, се пронУнціазъ патрУ-зечї-ші-чінчї, чінчї зечі-ші-шапте, шапте-зечї-ші-доъ, ноъ-зечї-ші-треї.

Дупъ кіпУл ачеста ам пУте пронУнціа ші пе 11, 12, ... зече ші УнУ, зече ші дої, зече ші треї .... дар обічеюл леа дат алте нУмірї, адікъ Ун спрезіче, доъ спрезече, треї спрезече.

Ціфра трепті д'атреіа саУ а сУтімілор се-нУмеще кУ зічере СУтъ; аша 245 се-чітеще доъ сУте патрУ зечї ші чінчї 205 фаче доъ сУте чінчї; 374 треї сУте шапте зечї ші патрУ. Възурьм дар кум се-чітеще орї че нУмър че се-компУне дін треї ціфре.

Іар дака нУмърУл аре маї мУлт де кът треї ціфре, прін ↑мвоіре ↑л ↑мпърцім, ↑нчепънд дела дрепта

спре стѫнга ѫн деспърцірй де треі̆ ціфре ші пе фіе каре о нумім ку ун деосебіт нуме ал съў. Адікъ а 2-а деспърціре іа нуме де Мії̆; а 3-а де Мі л іоане; а 4-а де Біліоане; а 5-а де Тріліоане [1]

|21 546; 1 111; 15 016; 8 004; 10 200 701;
50 001 000; 17 337 100 227.

Се чітеск: доъ зечі̆ ші уна де мії̆ чінчі̆ суте патру зечі̆ ші шасе; о міе о сутъ унспрезече; 15 мії̆ 16; 8 мії̆ патру; 10 міліоан 200 де мії̆ 7 суте уну; 50 де міліоане о міе; 17 біліоане 337 міліоане 100 де мії̆ 227.

Прѣ рар се-ѫнтѫмплъ съ авем нумере маі̆ марі̆ де кѫт де доъ спре зече ціфре; дар атунчі̆ ле пронунціем фіе каре деспърціре фъръ а о нумі; пентру къ нумеле ну поате съ не дѣ нічі̆ о ідее де ун нумър а кърут мъріме коврѫшаще хотарул че мінтѣ ноастръ поате съ'л купрінзъ. Ам ѫмвъцат дар а зіче ун нумър скріс ѫн ціфре ші дін прогівъ, ѫн арітметіка Зечімалъ [1].

3. Пентру Адунаре.

8. Дѫндусе маі̆ мулте нумере, дін каре фіе каре се аратъ нумаі̆ ку о ціфръ, есте дестул сінгур обічеіул съ не ѫмвеце а афла сума; къчі̆ ну авем требуінцъ де нічі̆ о регулъ ѫн прічіна ачѣста.

Съ луъм акум нумеріле . . . .
5731 + 319 + 12487 + 54. Есте ѫмведерат къ де вом фаче де осебі̆ сума унімілор, зечімілор, сутімілор...

ачесте ешігурї саў резултатурї ↑мпреунате не вор да тот ачѣ сумъ. Аша вом афла 15 мії + 14 суте + 20 де зечімї + 21, саў 15 000 + 1400 + 200 + 21: лукрѫнд апої де а доіла асупра ачестор дупе урмъ нумере, авем 1 зечіме де мії + 6 мії + 6 суте + 2 зечурї + 1 саў 16 621, сума черутъ.

Ачѣстъ сокотѣлъ се-поате фаче маї ку лесніре пуінд, дупъ кум ↑нпротівъ се-веде, нумеріле уна субт алтуа, асфел ка ціфреле де ачеѣші трѣптъ съ се-коррърспунзъ уна субт алта дрепт ↑н жос; дупъ ачѣста скрім дін жосул фіе-къріа колоне сума ешітъ, дака ачѣстъ сумъ ну ва трече престе 9; кьчї атунчї пунем нумаї уніміле ші зечіміле ле цінем ка съ ле адъогъм ла колона урмътоаре ші пентру ачѣста ↑нчепем лукрарѣ дела колона унімілор.

3731
349
12487
54
16621

Іатъ маї мулте ексемплурї де адунаре;

5 783	77 756	10 376 786	5 784 201
4 528	3 388	789 632	749 832
5 987	9 763	589	14 378 539
8 521	90 257	73	20 912 572
24 619	181 164	11 167 080	

4. Пентру Скъдере.

6. Есте щіут къ ле ам фі куноскут нумърул каре адъогат луї 243 съ дѣ 695; ар фі тревуіт ка уніміле луї + 5 съ дѣ 5, зечіміле луї + 4 = 9; сутіміле луї + 2 = 6. Скрім дар нумеріле дате ка ші ла адунаре,

ѫнсъ не чел маї мік дін жос, пе ѹрмъ скоатем фіе-каре ціфръ дін жос дін чѣ дін сѹсул еї, ші зічем 5—3=2, 9—4=5, 6—2=4 ші аша авем 452 ръмъшіцъ.

695	
243	
452	

Сь ѫнтѫмпль ѫнсъ ка ціфра дін сѹс сь фіе маї мікъ де кѫт чѣ дін жос прекѹм се-веде ѫн ексемплѹл ѹрмътор, ѹнде нѹ путем скъдѣ 8 дін 7. Есте ѫмведерат къ атѹнчї нѹмърѹл черѹт каре требѹе съ се-адаоце лѹї 8 непѹтѫнд да 7, а требѹіт съ дѣ 17 ла сѹмъ, ші къ зечімѣ с'а цінѹт ка съ се-адаоце ла колона ѹрмътоаре: ѹрмѣзъ дар къ требѹе съ зічем нѹ 7—8, чі 17—8=9, ші съ скрім 9 ѫн трѣпта ѹнімілор; пе ѹрмъ 4—3=1, ші нѹ 4—2, пентрѹ къ о зечіме ам цінѹт ка съ се-адаоце ла колона компѹсъ де 2 ші де ціфра некѹноскѹтъ; 4 дар есте сѹма ачещії ціфре ші а лѹї 2 + 1 саѹ 3.

36 147	
19 328	
16 819	

Де обще, кѫнд ціфра де сѹс ва фі маї мікъ, о мъріьм кѹ ЗЕЧЕ, пе ѹрмъ цінем ѹна ка с'о ѹнім кѹ ціфра че ѹрмѣзъ нѹмаї ѫндатъ спре стѫнга. Аша вом ѹрма сокотѣла де сѹс дѹпъ ачест міжлок: 1—3 нѹ се-поате, 11—3=8; 6—10 нѹ се-поате, 16—10=6, ѫн сфѫршіт 3—2=1.

Асемене ші ѫн ексемплѹ дін протівъ зічем 9—3=6; 2—7 нѹ се-поате, 12—7=5; 4—6 нѹ се-поате 14—6=8; 0—9 нѹ се-поате 10—9=1;

5 000 429	
2 578 573	
421 856	

8—8 нѹ се-поате, 10—8=2; 0—6 нѹ се-поате; 10—6=4, ші ↑н сфѫршіт 3—3=0, каре нѹ фаче тревѹінцъ а се-скрі.

Іатъ кѫте ва ексемпле де скъдере.

3000	6000	6000	150 001	375 831
1296	4000	5999	76 385	186 943
1704	2000	1	73 616	188 888

10. Кѫнд врем съ скъдем ѹн нѹмър дінтр'алтѹ компѹс де о ѹніме ѹрматъ де атѫтѢ нѹле, кѫте ціфре сѫнт ↑н чел дін тѫѝ, е дестѹл а скоате ѹніміле дін 10 іар челе'лалте ціфре дін 9 ші се-нѹмеще Комплініре арітметікъ а ачелѹї нѹмър. Адікъ.... 1 000 000—279 953 дъ 720 047 пентрѹ ръмъшіцъ. АчѢстъ сокотѢлъ есте аша де лесне, ↑н кѫт нічї къ пѹтем съ о нѹмім лѹкраре: о фачем ↑нсъ ка съ адѹчем о скъдере ↑н адѹнаре.

Съ фіе черѹт 3487—259: есте ↑нведерат къ пѹтем адъога ші скъдѢ 1000, каре фаче. . . . . 3487+1000—259—1000: дечї компліпірѢ лѹї 259 есте 741=1000—259; ші аша авем діференца черѹтъ 3487+741—1000; саѹ 4228—1000=3228. Ведем къ ↑н лок съ скъдем ѹн нѹмър, пѹтем адъога компліпірѢ, скъзѫнд нѹмаї пе ѹрмъ о ѹніме дін дрѢпта че віне ↑ндатъ маї сѹс де нѹмърѹл че есте съ се-сказъ.

Лукрарѣ се-фаче дупъ кум се-веде ꙟн протівъ, аръ-тжнд прін т къ ціфра 1 требуе съ се-сказъ; ꙟнтр'ачест кіп, нумърул че се-скріе асфел адъогат кжтъцімеї дескъзут съ дѣ нулъ пентру сумъ; т741 + 259 = 0.

	3487
	т741
	3228

Ачѣстъ сокотѣлъ есте маї мулт требуінчоасъ кжнд се-даў маї мулте адунърі ші скъдері уна дупъ алта; фіе спре пілдъ, 32731 + 5729 — 371 — 4834; ꙟнтребуінцъм комплініріле луї 371 ші 4834 каре сжнт т629 ші т5166 ші авем пентру ръмъшіцъ 33255.

	32731
	5729
	т629
	т5 66
	33255

5. Пентру Мултіплікаціе, саў ꙟммулціре.

11. Адъогжнд пе 7 де 5 орї, ші пе 5 де 7 орї, афлъм тот пе ачелаш продукт 35; аша дар $7 \times 5 = 5 \times 7$; асеменѣ се-ꙟнтжмплъ ші ла тоате челе лалте нумере; одікъ путем съ ꙟнтоарчем ржндул фъкторілор фъръ а се-скімба продуктул. Съ фачем спре пілдъ табла А де 5 лінії, дін каре фіе каре съ копрінзъ 7 пунтурї; нумърул пунтурілор есте 7×5; іар де вом ꙟнтоарче табла дупъ кум съ веде ꙟн В, нумърул пунтурілор ва фі тот ачела аръта прін 5×7; де унде урмѣзъ къ $5 \times 7 = 7 \times 5$.

```
. . . . . . .
. . . . . . .
. . . . . . .   A
. . . . . . .
. . . . . . .

. . . . .
. . . . .
. . . . .
. . . . .       B
. . . . .
. . . . .
. . . . .
```

Арътъм прiн $7\times5\times2$ къ дупъ че вом ꙟммулцi пре 7 прiн 5, тревуе съ реꙟммулцiм продуктул 35 прiн 2; дар продуктул луi 7×5 ну есте алта де кꙟт $7+7+7+7+7$, шi ка съ'л ꙟммулцiм прiн 2 есте дестул съ луъм де 2 орi пе фiе каре парте, саў $14+14+14+14+14$. Де унде урмѣзъ, къ.... $7\times5\times2=7\times2\times5$. Де време че путем скiмба локул ачестор доi фъкторi дiн урмъ, прекум шi челор доi дiн тꙟiў, прѣ лесне путем ꙟнцелеце къ рꙟндул ачестор треi фъкторi ла ꙟммулцiре поате фi ꙟнторс дупъ воiе. Асеменѣ се-ꙟнтꙟмплъ шi пентру ун нумър маi маре де фъкторi.

Съ арътъм спре пiлдъ: къ $7\times5\times2\times4=4\times5\times2\times7$; фiiнд къ се-поате ꙟнтоарче рꙟндул челор дiн тꙟiў треi фъкторi, е дестул съ арътъм къ. . . . . $5\times2\times7\times4=5\times2\times4\times7$, аў $10\times7\times4=10\times4\times7$; шi ачѣста урмѣзъ дiн челе де сус.

12. Кꙟнд тот ачел нумър есте маi де мулте орi фъктор, кум $5\times3\times5\times3$, зiчем къ 5 есте рiдiкат ла а 4-а ПУТЕРЕ, шi продуктул се-ꙟнсемнѣзъ прiн 5^4. Ачѣстъ цiфръ 4 се-нумеще СПУNENТ каре спуне де кꙟте орi нумърул есте фъктор. Асеменѣ шi $2^3=2\times2\times2=8$. Путерѣ 2 се-нумеще шi ПЪТРАТ, шi путерѣ а 3, КУБУ: кувꙟнтул ачестора вом ведѣ маi тꙟрзiў (251, 306). Аша 49 есте пътрат луi 7, саў $7\times7=7^2$, шi 216 есте кубул луi 6, саў $6\times6\times6=6^3$.

Дiн протiвъ нумърул каре поартъ ун спунент се

нꙋмеще РЪДЪЧІNЪ, адікъ 7 есте ръдъчіна пътратъ лꙋї 49, кꙋбікъ лꙋї 343, де а 4-а лꙋї 2401,.... пентрꙋ къ $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$..... Ачесте ръдъчіні се-аратъ кꙋ семнꙋл $\sqrt{}$; $7=\sqrt[3]{343}=\sqrt[4]{2401}$. Кѫнд трѣпта ръдъчіні нꙋ се-ꙟнсемнѣзъ, атꙋнчї ръдъчіна се-сокотеще де пътратъ. Адікъ зічем къ 7 есте ръдъчіна лꙋї 49, ші се-скріе $7=\sqrt{49}$.

31. Фіінд къ, ка съ ꙟммꙋлцім ꙋн нꙋмър е дестꙋл съ'л адъогъм лꙋї ꙟнсꙋшї де кѫте орї вом вої (3), прѣ лесне есте а се-афла продꙋктꙋл кѫнд фъкторі аꙋ нꙋмаї о ціфръ. Табла ꙋрмътоаре се-формѣзъ адъогѫнд де 9 орї де рѫнд пе нꙋмърꙋл 1 лꙋї ꙟнсꙋшї ꙟн лініа дін тѫїѫ орізонталъ, пе нꙋмърꙋл 2 ꙟн ачѣ д'а-доа, ш'аша маї ꙟнколло.

Табла лꙋї Пітагора.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Врем съ афлъм продꙋктꙋл лꙋї 7×5? Кꙋтъм пе 7 ꙟн лініа чѣ дін тѫїѫ орізонталъ, ші не коборѫм де ачі

пе лiнiе ꙟн жос пꙟнъ кꙟнд венiм ла нумърул 35, каре се-афлъ ꙟн лiнiа че се ꙟнчепе дела 5 шi аша авем пе $7 \times 5 = 35$.

Есте прѣ де тревуiнцъ съ не деприндем ку продуктеле нумерiлор сiмпле, ка съ ну фiм сiлiцi а алерга тот д'ауна ла табла Пiтагорiкъ.

14. Ар фi фост прѣ ꙟн прелунцiре пентру нумерiле чеде маi марi а лукра ꙟммулцiрѣ адъогꙟнд пе ꙟммулцiтул де атꙟтѣ орi кꙟте унiмi се-купрiнд ꙟн ꙟммулцiтор дупъ кум с'а арътат ꙟн дефiнiцiа (3): дечi вом аръта нiще мiжлоаче маi ꙟнлеснiтоаре спре а се-гъсi продуктул.

1°. Ка съ ꙟммулцiм пе 2957 прiн 8 съ не ꙟнкiпуiм де о кам датъ къ адъогъм де 8 орi пе 2957; колона унiмiлор се-ва форма де цiфра 7 де 8 орi адъогатъ шi сума ва фi 7×8 ау 56; пунем дар пе 6, шi цiнем пе 5 ка съ'л унiм ку колона зечiмiлор. Ачѣстъ колонъ се-компуне де цiфра 5 скрiсъ де 8 орi; зiчем дар $5 \times 8 = 40$, адъогꙟнд пе 5 че а ръмас, авем 45, шi iар пунем 5 цiiнд пе 4, шча: Ведем дар къ ачѣстъ лукраре се-фаче ꙟммулцiнд фiе каре цiфръ а ꙟммулцiтулуi прiн ꙟммулцiтор, шi ꙟнчепꙟнд дела унiмi, скрiм суб фiе каре цiфръ унiмiле продуктулуi че ам афлат шi цiнем зечiмiле ка съ ле унiм ку продуктул урмътор.

$$\begin{array}{r} 2957 \\ 8 \\ \hline 23656 \end{array}$$

Ачест мiжлок н'аре нiчi о деосебiре де адунаре, атꙟ-

та нȣмаї къ нȣ скрім маї де мȣлте орї пе нȣмърȣл чел де адȣнат.

15. 2°. Ка сь ꙟммȣлцім пе 2327 пріꙟ 532 есте прѣ ꙟнведерат къ требȣе а адъога пе 2327 де 2 орї де 30 де орї, де 500 де орї, ші пе ȣрмь сь адȣньм тоатъ. Деачї маї ꙟнтѫю ꙟммȣлцім пе 2327 пріꙟ 2 дȣпъ кȣм арътарьм ші авем 4654. Пе ȣрмь пентрȣ 2327 × 30; фачем ачѣстъ бъгаре де сѣмъ, къ де вом адȣна де 30 де орї пе нȣмърȣл 2327, аȣ де 2327 де орі пе 30, колоана ȣнімілор ва да нȣла, ші а зечімілор 2327 × 3, саȣ 6981; аша дар ведем къ требȣе сь къȣтьм продȣктȣл 6981 ал ꙟммȣлцітȣлȣї 2327 пріꙟ 3, ші сь'л скрім сȣбт 4654 мȣтѫндȣне кȣ о трѣптъ спре стѫнга. Асеменѣ ші ка сь ꙟмȣлцім пе 2327 пріꙟ 500 требȣе сь скрім продȣктȣл 2327 × 5, саȣ 11635, мȣтѫндȣне кȣ доъ трепте спре стѫнга.

	2 327
	532
	4 654
	6 981
	1 163 5
	1 237 964

Де аіче ȣрмѣзъ къ требȣе сь ꙟммȣлцім пе ȣнȣл дін фъкъторі пріꙟ фіе-каре ціфръ а челȣї л'алт; сь скрім продȣктȣріле ка ȣнімілe фіе-кърȣіа сь фіе пȣсе сȣбт ціфра ꙟммȣлціторȣлȣї каре апрічінȣіт пе продȣкт, ші пе ȣрмь сь адȣньм тоатъ.

Требȣе сь не деприндем прѣ біне ла ачѣстъ регȣлъ, пентрȣ каре ші маї пȣнем ачї треї ексемпле.

889 633	53 687	5 554 444
777	908	79 765
6 206 431	429 496	27 772 220
62 064 31	48 318 3	333 266 64
620 643 1	48 747 796	3 888 110 8
688 915 841		49 989 996
		388 811 08
		443 050 225 660

16. Кжнд фъкторі, саȣ шi ȣнȣл нȣмаĭ, вор авѣ ла сфжршiт нȣле, атȣнчĭ скоатем нȣлеле шi ȣрмъм iар дȣпъ регȣлiле дiн аiнте, iар продȣктȣлȣĭ пе ȣрмъ адъогъм ȣн асемiнѣ нъмър де нȣле кжте ам фост трас; ексемплȣ: 406 × 2 = 10962: дечĭ 4060 × 2700 дъ тот пе ачел продȣктȣл ȣрмат де треĭ нȣле саȣ 10 962 000. асеменѣ шi ка съ афлъм пе 1000 × 100 000, пȣнем 8 нȣле пе ȣрма лȣĭ 1, шi авем 100 000 000.

6. Пентрȣ Дiвiзiе саȣ ꙟмпърцiре.

17. Де време че продȣктȣл се-формѣзъ дiн ꙟммȣлцiт адъогат де атжтѣ орĭ, кжте ȣнiмĭ се копрiнд ꙟн ꙟммȣлцiтор, ȣрмѣзъ къ ачест продȣкт копрiнде пе ȣнȣл дiн фъкторĭ де кжте орĭ се-аратъ прiн чел алалт. Аша кжтȣл аратъ де кжте орĭ се-копрiнде ꙟмпърцiторȣл ꙟн ꙟмпърцiт; де ȣнде ȣрмѣзъ къ пȣтем афла пе Кжт де вом скоате пе ꙟмпърцiтор дiн ꙟмпърцiт де кжте орĭ се-ва пȣтѣ.

Пентрȣ ачѣстъ ꙟнсȣшiре с'аȣ афлат нȣмiрiле ꙟм-

пърціт, ҹмпърцітор ші кжт; пентрꙋ къ ка съ фачем маї мꙋлте пърці потрівіте дінтр'о кжтьціме требꙋе съ о ҹмпърцім прін нꙋмърꙋл пърцілор, ші кжтꙋл съ а- рате мърімѣ фіе-кърia.

Асеменѣ се-веде къ продꙋктꙋл 35 ал лꙋї 7 прін 5: е де 7 орї маї маре де кжт 5 ші къ кжтꙋл 5 ал лꙋї 35 ҹмпърціт прін 7 есте де 7 орї маї мік де кжт 35.

18. Дака $35=7\times5$, ҹнцелеџем къ 35 ҹмпърціт прін 7, дъ 5 пентрꙋ кжт: іар дака врем съ ҹмпърцім пъ 38 прін 7, сжнтем сіліцї съ деспърцім пе ҹмпърці- тꙋл 38 ҹн доъ пърцї, дін каре ꙋна съ фіе 7×5; аша $38=7\times5+3$; 3 се-зіче Ръмъшіца ҹмпърцірі, каре нꙋ поате десъвжршіт а се-фаче (ҹн нꙋмър ҹнтрег).

Де обще кжнд ҹммꙋлцінд ꙋн нꙋмър прін 1,2,3......, афлъм ҹнтре продꙋктеле сꙋкцесіве о кжтьціме датъ, атꙋнчї о нꙋмім де-ҹмꙋлціт ал ачелꙋї нꙋмър саꙋ де-ҹмпърціт прін ачел нꙋмър: 35 есте де-ҹмꙋлціт лꙋї 7, саꙋ де-ҹмпърціт прін 7. Де-ҹммꙋлціте ле лꙋї 2. сжнт нꙋмере кꙋ соцꙋ; фъръ де соцꙋ сжнт ачелѣ каре нꙋ сжнт де-ҹмпърціте прін 2. іар нꙋмър дін тжю саꙋ прімітів есте ачела каре нꙋ есте де-ҹмпърціт де кжт прін ел ҹнсꙋшї ші прін ꙋніме.

Лꙋжнд доъ нꙋмере ꙋнꙋл ҹмпърціт ші алтꙋл ҹм- пърцітор, требꙋе съ зічем къ кжтꙋл ҹммꙋлціт прін ҹмпърцітор дъ ꙋн продꙋкт каре адъогжн- дꙋсе ръмъшіці, аре сꙋмъ пе ҹмпърцітꙋл. Ръмъшіца есте маї мікъ де кжт ҹмпърціторꙋл, пен-

трꙋ къ де нꙋ ва фі аша, ꙋна дін пърціле ꙟн каре с'а деспърціт ꙟмпърцітꙋл нꙋ ва фі чеа маі маре де ꙟмꙋлціт ал ꙟмпърціторꙋлꙋї.

19. ꙟn Табла Пітагорікъ афлъм кътꙋл де ва фі де о ціфръ прекꙋм ші ꙟмпърціторꙋл. Врем спре пілдъ съ ꙟмпърцім пе 35 прін 7? некоборжм ꙟн жос пе колона нꙋмърꙋлꙋї 7 пжнъ ла 35. каре есте ꙟн лініа орізонталъ че се ꙟнчепе дела 5. 5 дар есте кътꙋл че се каꙋтъ, аꙋ $\frac{35}{7} = 5$. Ка съ ꙟмпърцім пе 65 прін 9, пентрꙋ къ ꙟн а 9-а колонъ нꙋ афлъм пе 65, чі нꙋмаі 63, авем $65 = 7 \times 9 + 2$; 7 есте кътꙋл ші 2 рътъшіца. Требꙋе съ не депрінДем прѣ біне ла ачесте сімпле ꙟмпърцірї, ка прін цінерѣ де мінте съ ле пꙋтем афла фъръ а алерга ла табла Пітагорікъ.

20. Ка съ се съвжршаскъ челе алте ꙟмпърцірї, арътъм доъ міжлоаче; адікъ кжнд ꙟмпърціторꙋл аре о ціфръ саꙋ маі мꙋлте.

1°. Съ ꙟмпърцім пре 40 761 прін 7; ачі требꙋе а се афла ꙋн нꙋмър каре ꙟммꙋлціт прін 7 дъ 40761; дака кжтꙋл ачеста ар фі кꙋноскꙋт 'лаш чері.а ꙟммꙋлціnд ꙋніміле лꙋї прін 7, каре ар трібꙋї съ дѣ продꙋктꙋл 1, ціінд зечіміле. Продꙋктꙋл зечімілор кжтꙋлꙋї прін 7 ꙋніт кꙋ челе цінꙋте ар требꙋї асеменѣ съ дѣ 6; сꙋтіміле 7 ші ꙟн сфжршіт міїле 40. Кжтꙋл нꙋ аре зечї де мії; пентрꙋ къ 10000×7 дъ $70\,000 > 40\,761$: де ꙋн-

де ꙋрмѣзъ къ 40 копрінде продꙋктꙋл лꙋї 7 прін ціфра міілор кѫтꙋлꙋї дін преꙋнъ кꙋ ачеѣ че ам цінꙋт дела сꙋтімї. Чеа маї маре де-ꙟмꙋлціт ал лꙋї 7 че се-копрінде ꙟн 40 есте 35 саꙋ 7×5, ші фіінд къ 40 есте ꙟнтре продꙋктꙋріле лꙋї 7 прін 5 ші прін 6, ші кѫтꙋл асеменѣ требꙋе съ фіе ꙟнтре 5000 ші 6000, пентрꙋ къ ачесте нꙋмере ꙟммꙋлціте прін 7 даꙋ продꙋктꙋріле ꙋнꙋл < , ші алтꙋл > 40 000 саꙋ ꙋнꙋл < ші алтꙋл > де кѫт ꙟмпърцітꙋл. Аша дар чеа маї маре де-ꙟммꙋлціт ал лꙋї 7, че се-копрінде ꙟн 40 дъ 5 пентрꙋ ціфра міілор кѫтꙋлꙋї; апої, скоцѫнд 35 дін 40, ꙋръмъшіца 5 есте чеѣ че ам цінꙋт ꙟн ꙟммꙋлцірѣ сꙋтімілор кѫтꙋлꙋї прін 7, кꙋ каре девом ꙋні пе челе лалте ціфре 761 але ꙟмпърцітꙋлꙋї, 5761 ва фі продꙋктꙋл лꙋї 7 прін пърціле челе некꙋноскꙋте але кѫтꙋлꙋї.

```
40761 { 7
35...   5823
 57..
 56..
  16.
  14.
   21
   21
    0
```

Фіінд къ акꙋм ръмѫне съ ꙟмпърцім пе 5761 прін 7, о чере асеменѣ кꙋ чѣ пропꙋсъ, ꙋрмѣзъ съ лꙋкръм тот кꙋ ачелаш кꙋвѫнт. Ꙟмпърцім дар пе 57 прін 7, ші кѫтꙋл 8 ва фі ціфра сꙋтімілор: 7×8=56, каре скос дін 57, ръмѫне 1; аша 161 есте продꙋктꙋл лꙋї 7 прін ꙋніміле, ші зечіміле кѫтꙋлꙋї. 16 ꙟмпърціт прін 7 дъ 2 пентрꙋ зечіміле кѫтꙋлꙋї 2×7=14, каре трас дін 16, ръмѫне 2 ꙟн сфѫршіт $\frac{21}{7}=3$ ціфра ꙋнімілор, дечї кѫтꙋл черꙋт есте 5823.

Се-веде ꙟн лȣкрарѣ че се-фъкȣ, къ ꙟн лок де а скрі лѫнгъ фіе-каре ръмъшіцъ пе челе лалте ціфре але ꙟмпърцітȣлȣї, е дестȣл съ коборѫм пе чѣ маї дін тѫїȣ дін еле ка съ формъм пе чел ꙟн парте ꙟмпърціт.

Ведем юаръ къ ꙟн ачѣстъ ꙟнтѫмпларе, фоарте сімплъ ȣнде ꙟмпърціторȣл н'аре маї мȣлт´де кѫт о ціфръ, нȣ нȣмаї къ пȣтем скъдѣ фіе-каре ꙟн парте продȣкт фъръ а'л скрі, дар лъсъм асеменѣ ші фіе-каре ръмъшіцъ нескрісъ. ꙟмпърцірѣ ȣнȣї нȣмър прін 7, 5, 2, есте тот ачеѣ ка ші кѫнд с'ар лȣа а 7-а, а 5-а, саȣ а 2-а парте..... пре кȣм се ва ведѣ песте пȣцін (30). Іатъ ші алте ексемплȣрі де ꙟмпърціре.

$$\frac{12\,538}{2} = 6269;\quad \frac{8765}{5} = 1753;\quad \frac{97\,587}{7} = 13941$$

2°. Съ пȣнем акȣм а се-ꙟмпърці 191 478 прін 329: кȣвѫнтȣл ва фі негрешіт тот ачела де маї наінте. Пентрȣ къ кѫтȣл ꙟммȣлціт прін 329 требȣе съ дѣ 191 478 продȣкт, ȣрмѣзъ къ, ꙟммȣлцінд пе 329 прін ȣнімілe кѫтȣлȣї ші ціінд зечімілe авем 8 ȣнімї: асеменѣ ші зечімілe ші сȣтімілe ачестȣї кѫт некȣноскȣт, ꙟммȣлціте прін 329 даȣ 7 ші 1914. Кѫтȣл нȣ аре міі, пентрȣ къ де ар фі фост 1000 нȣмаї, ꙟммȣлціндȣ'л прін 329 ам фі авȣт 329 000 пентрȣ ꙟмпърціт.

Аша 1914 копрінде продȣктȣл ꙟмпърціторȣлȣї 329 прін ціфра сȣтімілор кѫтȣлȣї; копрінде ꙟнкъ ші ачеѣ че ам цінȣт дела челе лалте продȣктȣрі. Съ сокотім акȣм къ щім а афла пе чеа маї маре де ꙟмȣлціт

ла ачї 329 че се-купрінде ꙟн 1914, ші къ есте 5 × 329; 5 дар ва фі ціфра сꙋтімілор, пентрꙋ къ 1914 фіінд ꙟнтре 5 ші 6 орї 329, есте ші ꙟмпърцітꙋл ꙟнтрег 191 478 ꙟнтре 500 ші 600 орї 329, ші кѫтꙋл ꙟнтре 500 ші 600. Съ ꙟммꙋлцім дар 329 прін 5, ші съ трацем продꙋктꙋл 1645 дін 1914; ръмъшіца 269 есте ачеѣ че ам цінꙋт дела челе лалте. продꙋктꙋрї але кѫтꙋлꙋї прін ꙟмпърцітор; ꙋнінд апої ші ціфреле 78, каре ръмѫн ла ꙟмпърцітꙋл 26978 ꙟмпърціт прін 329, требꙋе съ дѣ кѫтꙋлꙋї ꙋніміле ші зечіміле некꙋноскꙋте.

191 478	329	
164 5 . .	582	
26 97 .		
26 32 .		
658		
638		
0		

Ші аша пꙋтем ведѣ къ ꙟмпърцінд пре 2697 прін 329 ціфра 8 че ова да ачѣстъ лꙋкраре, ва фі а зечімілор ші фіінд къ 329 × 8 = 2632, каре ретрас дін 2697, дъ ръмъшіцъ 65, ведем къ $\frac{658}{329}$, требꙋе съ дѣ ꙋніміле 2 кѫтꙋлꙋї черꙋт, каре есте 582.

Де ꙋнде ꙋрмѣзъ къ, ка съ фачем о ꙟмпърціре трібꙋе съ деспърцім десупре стѫнга ꙟмпърцітꙋлꙋї ціфреле чевор пꙋтѣ съ купрінзъ пе ꙟмпърцітор; чел маї маре де ꙟммꙋлціт ал ꙟмпърціторꙋлꙋї че се купрінде ꙟн ачѣстъ парте, дъ ціфра чѣ дін тѫю десупре стѫнга а кѫтꙋлꙋї; ꙟммꙋлцім пе ꙋрмъ пе ꙟмпърціторꙋл прінтрѫнса, ретрацем дін ꙟмпърцітꙋл чел ꙟмпарте пе продꙋкт; оборѫм ꙟнсфѫршіт ціфра ꙋрмътоаре а

ѦМПЪРЦІТУЛУЇ ПРОПУС ЛЖNГЪ РЪМЪЦЪ, ші реѦNЧЕПЕМ ѦМПЪРЦІРѢ АСЕМЕNѢ ПЖNЪ КЖNД ВОМ ТРЕЧЕ ПРІN ТОАТЕ ЦІФРЕЛЕ ѦМПЪРЦІТУЛУЇ.

Дака вр'уNул, дін чеї ѦN парте ѦNПЪРЦІЦЇ, NУ поате копрінде пе ѦМПЪРЦІТОР атуNчї пуNЕМ NУЛЪ ла кжт, адікъ кум: $\frac{147334}{362} = 407$.

Есте маї лесNе де а фаче тот де одатъ ші ѦММУЛЦІРѢ ші скъдерѢ; адікъ кжNД авем съ ѦММУЛЦІМ пе 329, пріN 5, ші съ скоатем продуктул діN 1914, пуtем зіче: $5 \times 9 = 45$, каре ар требуі съ се скоацъ діN 4, дар фііNД къ ачѢста NУ се-поате, уNІМ ку 4 уN NУмър кувіiNчос де зечімї, ші авем $54 - 45 = 9$, пе каре ѦЛ пуNЕМ субт 4; ші фііNД къ пе 1914 'лам мъріт ку 50, требуе пеNтру потрівіре асемеNѢ съ мърім ші пе NУмърул чел де скъзут; ціNЕМ дар 5, пе каре ѦЛ уNІМ ку продуктул урмътор 2×5 аў 10: требуе асемеNѢ а се-скоате 15 діN 1, саў маї біNе діN 21, ші ръмжNе 6; ѦN сфжршіт $5 \times 3 + 2 = 17$, $19 - 17 = 2$ ші ръмъшіца есте 269.

$$\begin{array}{r|l} 1914.78 & 329 \\ 269.7 & \overline{582} \\ 6.58 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Се скаде асемеNѢ діN 2697 продуктул 329×8, зікжNД $8 \times 9 = 72$, скос діN 77, ръмжN 5. ші се ціNЕ 7. $8 \times 2 = 16$ маї мулт 7 че ам ціNУТ. фаче 23; скос діN 29 ръмжNе 6, ші се ціNе 2; ѦN сфжршіт $8 \times 3 + 2 = 26$ скос діN 26 ръмжNе 0, ші аша ръмъшіца есте 65 шчл.

21. ръмѫне акум а щі съ афлъм кѫтул ꙟмпърціріі луї 1914 прін 329. Съ пунем къ ачест кѫт есте куноскут, ар требуі съ'л ꙟммулцім прін 329, адікъ прін 9 унімі, 2 зечімі, ші 3 сутімі: ачест продукт адъогат ла ръмъшіцъ, требуе съ дѣ 1914 дупъ ачѣста есте лесне а ведѣ къ 19 се-формѣзъ 1-ю, дін продуктул луї 3 прін кѫтул кънтат, 2-лѣ, дін зечіміле ціфрелор дела продуктул луї 29 ші дін ачелѣ каре фак пе 1914 съ ну фіе ун продукт десъвѫршіт (ексакт). Фіінд къ ну путем съ скоатем дін 19 ачесте зечімі прісосітоаре ші некуноскуте, ꙟмпърцім пе 19 прін 3, каре дъ 6, ші фіінд къ ꙟнтребуінцарѣ унуї ꙟмпърціт прѣ маре, поате съ адукъ ун кѫт грешіт прін коvѫршіре, ка съ'л черкъм кънтъм пе 329×6=1974; ачест продукт е маі маре де кѫт 1914, ші аша ведем къ 6 есте прѣ маре; черкъм дар пе 5 каре се-кувіне ла ꙟнтѫмпларѣ ачѣста.

Луъм дар деспре стѫнга ціфра чѣ дін тѫю а ꙟмпърціторулуї, ші лъсъм пе челе лалте: лъсъм асеменѣ ші деспре дрѣпта ꙟмпъціторулуї ун нумър д'о потрівъ ꙟн ціфре; ꙟмпърцірѣ ачестор доъ пърці ва да ун кѫт каре поате съ фіе прѣ маре, дар ꙟн урмъ ꙟл черкъм [3].

Ачі требуе съ бъгъм сѣма 1°: къ нумаї ꙟмпърцірѣ дін ачесте патру регуле ꙟнчепе деспре стѫнга.

2°: Фіе-каре ръмъшіцъ есте маі мікъ де кѫт ꙟм-

пърцітꙋл; фіе-каре ꙟн парте ꙟмпърціт се компꙋне дін продꙋктꙋл ꙟмпърціторꙋлꙋї прін ціфра коррееспꙋнзътоаре а кꙟтꙋлꙋї ші дін ръмъшіца саꙋ дін ачеѣ че ам цінꙋт дела челе лалте продꙋктꙋрї: де ꙋнде ꙋрмѣзъ къ требꙋе тот д'аꙋна съ фіе маї мікъ де кꙟт ꙟмпърціторꙋл, ші ꙟн ꙟмпърцірѣ чѣ ꙟн парте нꙋ поате съ ꙗсъ о прѣ маре ціфра ла кꙟт.

3°: Фіе-каре ціфръ че о коборꙟм лꙟнгъ ръмъшіцъ дъ о ціфръ кꙟтꙋлꙋї; прѣ лесне дар пꙋтем съ ꙟнцелеџем де кꙟте ціфре требꙋе съ фіе компꙋс.

4°: Фіе-каре ꙟн парте кꙟт нꙋ поате съ трѣкъ престе 9 каре есте чел маї маре дін тоате нꙋмеріле челе де о ціфръ.

5°: Пе фіе-каре ціфръ че о коборꙟм требꙋе съ о ꙟнсемнъм кꙋ ꙋн пꙋнт ка съ нꙋ къдем ꙟн грешалъ.

6°: Есте прѣ ꙟнведерат, къ де вом ꙟндоі саꙋ ꙟнтреі ..: пре де ꙟммꙋлцітꙋл, продꙋктꙋл ва фі ꙟндоіт ші ꙟнтреіт... ръмꙟінд ꙟммꙋлціторꙋл нескімбат. Пꙋтем дар ꙟммꙋлці пе ꙟмпърцітꙋл ші ꙟмпърціторꙋл прінтр'ꙋн ачелаші нꙋмр, фъръ а се скімба кꙟтꙋл; пꙋтем асеменѣ ші съ ле ꙟмпърцім, ші кꙟтꙋл съ ръмꙟе ꙗръші тот ачела: адікъ, $\frac{36}{9}$ аре тот ачел кꙟт ка ші $\frac{72}{18}$, ка ші $\frac{12}{3}$. Кꙟнд ꙟмпърцітꙋл ші ꙟмпърціторꙋл аꙋ спре стꙟнга нꙋле, пꙋтем дін еле а лъса ꙋн нꙋмър д'опотрівъ дела фіе-каре:

Іатъ оаре каре ексемплȣрї де ꙟмпърцїре..

```
72 312 . 146 { 8369       386 782 . 67 { 99 887
 5 360   1   { 8640        87 121   6  { 387
   338  74                  7 212  07
     3 986   ръмъшіцъ...      219  98
Ръмъшіцъ. 3 986
```

```
  823 945 687 08.9     { 8 247 685 671
   81 653 976 69 9     { 99
Ръмшіцъ.. 7 424 805 66 0
```

```
700 200 031 { 683 679    25 677.875 { 2568
 16 521 03  { 1024        2 565 8   { 9999
  2 847 451                 254 67
Ръмъшіцъ. 112 735            23 555
                   Ръмъшіцъ.... 443.
```

17 Пробе ачестор патрȣ регȣле.

22. Де шї лȣкрарѣ адȣнърії есте фоарте сімплъ, се-ꙟнтжмплъ ꙟнсъ де мȣлте орї а се-грешї, д'ачеѣ требȣе съ не ꙟнкредінцъм де сȣмъ прін оаре-каре черкаре, Ачѣста се-фаче ꙟнчепжнд лȣкрарѣ де жос ꙟн сȣс, саȣ деспре стжнга спре дрѣпта прекȣм се-веде ꙟн ексемплȣ дін протівъ. Ачі ꙟнчепем дела колона мііелор каре дъ 6, шї фіінд къ ла сȣмъ есте 7, 7—6=1 аратъ къ а фост 1 де цінȣт ла колона сȣтелор, каре прін ȣрмаре а требȣіт съ дѣ 13 дар ачѣстъ колонъ дъ нȣ-

```
 2758
 3099
  469
 1029
-----
 7355
-----
 1230
```

маĭ 11; 13 — 11 аȣ 2 есте ачеѣ че ам цінȣт дела зечімĭ шча: Ла колона ȣнімілор требȣе съ афлъм нȣлъ дрепт діференцъ.

Проба скъдері се фаче адȣнѫнд ръмъшіца кȣ нȣмърȣл де скъзȣт, ші требȣе съ афлъм пе нȣмърȣл чел маĭ маре дін челе дате.

23. Ам пȣтѣ съ адеверім продȣктȣл ȣнеĭ ꙟммȣлцірĭ де'л вом ꙟмпърці прін ȣнȣл дін фъкторĭ; къчĭ кѫтȣл требȣе съ фіе чел ал алт: дар проба поате ші маĭ мȣлт де кѫт лȣкрарѣ съ се-грешаскъ, де каре трібȣе а не ферi. Пȣтем ꙟнкъ съ скімбъм ꙟнтре сіне пе фъкторĭ (11). Асеменѣ пȣтем съ ꙟмпърцім пе ȣнȣл дін фъкторĭ прін ȣнȣл дін чеĭ ексакцĭ аĭ съĭ ꙟмпърціторĭ, съ ꙟммȣлцім пе чел ал алт прін тот ачелаш нȣмър ші съ ꙟнчепем де ал доілѣ лȣкрарѣ *.

Проба ꙟмпърцірі се-фаче ꙟммȣлцінд пе кѫт прін ꙟмпърцітор, ші адъогѫнд апоĭ ръмъшіца, требȣе съ афлъм пе ꙟмпърцітȣл (18).

8. Оаре-каре ꙟнсȣшрĭ але Nȣмерілор

24. 1°: Съ деспърцім ȣн нȣмър ꙟн доъ пърцĭ дін каре ȣна съ копрінзъ ȣнімілe; адікъ $474 = 470 + 4$ саȣ $47 \times 10 + 4$; партѣ дін тѫĭ тот д'аȣна есте де ꙟмпърціт прін 2. іар де есте ші чѣ д'адоа нȣмърȣл есте де ꙟммȣлціт лȣĭ доъ. Аша дар нȣмаĭ нȣмърȣл каре

се-термінѣзъ кꙋ 0, 2, 4, 6, саꙋ̆ 8, поате съ аїбъ ↑нсꙋшірѣ де а фі кꙋсоц[5].

2°. Деспърцінд нꙋмърꙋл ↑н доъ пърцї дін каре чѣ дꙋпъ ꙋрмъ съ фіе дін 2, 3,... ціфре, ведем асеменѣ къ, ка съ фіе ꙋн нꙋмър де ↑ммꙋлціт лꙋї 4, тревꙋе ка кѫтъцімѣ че се-аратъ прін челе доъ ціфре але лꙋї дін дрѣпта, съ фіе де ↑мпърцітъ прін 4. Челе треї дін ꙋрмъ сѫнт ꙋн де-↑мꙋлціт лꙋї 8 дака нꙋмърꙋл ва фі де-↑мпърціт прін 8 шчл.

3°: Нꙋмаї нꙋмърꙋл че се-термінѣзъ кꙋ 0, саꙋ̆ 5. поате фі де ↑мпърціт прін 5.

4°. ↑мпърцінд 10 прін 9, ръмъшіца есте 1; асеменѣ ші ла 100, 1000...; де ꙋнде ꙋрмѣзъ къ ла 20, 200, 2000,... ръмъшіца тревꙋе съ фіе ↑ндоітъ саꙋ̆ =2; ла 30, 300, 3000,... съ фіе 3, шчл. Дечї орї че кѫтъціме се-поате деспърці ↑н ꙋнімї, зечімї шчл. прекꙋм 8753 ↑н 8000 + 700 + 50 + 3, ші ↑мпърцінд'о прін 9, ръмъшіцеле 8 + 7 + 5 + 3 фак 23. Аша ръмъшіца лꙋї $\frac{8753}{9}$ есте тот ачеѣ кꙋ а лꙋї $\frac{23}{9}$ саꙋ̆ 5.

Де ꙋнде ꙋрмѣзъ къ ръмъшіца ꙋнꙋї нꙋмър ↑мпърціт прін 9 се-афлъ де вом адꙋна тоате ціфреле лꙋї ка ка пре ніще сімпле ꙋнімї, ші де вом скъдѣ пе 9 де кѫте орї се-ва пꙋтѣ.

Орї че нꙋмър а кърꙋї сꙋма ціфрелор есте де-↑мꙋлціт лꙋї 9, есте ші де-↑мпърціт прін 9.

5°. Де ачі се-поате ведѣ къ ачесте доъ пропріетъцї ле поате авѣ ші нумърул 3.

25. Теоріа ръмъшіцілор не аратъ о бъгаре де сѣфоарте куріоасъ. Съ ꙟмпърцім пе 10 прінтр'ун нумър дат прекум прін 7; ръмъшіца есте 3; а луї $\frac{10^2}{7}$ есте дар 3^2 (Вез. нота n°. 23), саў $9-7=2$: прекум ші а луї $\frac{10^3}{7}$ есте 2×3 аў 6; а луї $\frac{10^4}{7}$ ва фі $6\times3=18$ саў нумаї $18-14=4$; ші аша маї ꙟнколо. Ведем дар къ де вом ꙟмпърцї прін 7 нумеріле 1, 10, 10^2, 10^3... ръмъшіціле вор фі 1 3 2 6 4 ші 5; дупъ ачестѣ періодічеще афлъм іаръшї пе ачесте ръмъшіце, каре урмѣзъ дін челе де сус, ші дін ачѣ къ ръмъшіціле сꙟнт маї мічї де кꙟт 7.

Орї че нумър се-поате деспърцї прекум 13 527 542, ꙟн 2 + 40 + 500 + 7000 + ...; ръмъшіціле ачестор нумере ꙟмпърціте прін 7 урмѣзъ съ фіе тот челе маї де сус репетіте де 2 орї, де 4 орї, де 5 орї,... Скрім дар деспре дрѣпта спре стꙟнга ціфреле 1 3 2 6 4 5 1 3 2... суб ціфреле нумърулуї пропус; ꙟммулцім пе урмъ пе фіе-каре прін чѣ де сусул еї; сума 105 а продуктурілор ва фі ръмъшіца ꙟмпърцірі, саў ачѣстъ ръмъшіцъ

13 527 542		
31 546 231		
1.2	=	2
3.4	=	12
2.5	=	10
6.7	=	42
шча:		
		105

ва фі тот ачеѣ кꙋ а лꙋї $\frac{105}{7}$ саꙋ о; нꙋмърꙋл дар чеѧ дат 13 527 542 есте де-ꙟмпърціт прін 7.

Дꙋпъ ачест міжлок пꙋтем лꙋкра ші кꙋ орї каре алт ꙟмпърцітор. Спр. п. 2 ші 5 ꙟмпърцеск пе 10, ші ръмшіціле атꙋнчї але лꙋї 10, 100, ... ꙟмпърціте прін 2 ші 5 сѫнт нꙋлъ: каре не адꙋче ꙗръші регꙋліле челе де сꙋс (1°, 3°.) де вом ꙟмпрці пре 10 прін 9, ръмъшіца есте 1; дечї $\frac{100}{9}$, $\frac{1000}{9}$,... даꙋ асеменѣ ръмъшіце 1: ар фі тревꙋіт дар а се-скрі 111 ... сꙋв ціфреле ꙟмпърцітꙋлꙋї; де ꙋнде дін ноꙋ ꙋрмѣзъ міжлокꙋл чеѧ арътат маї сꙋс (4°).

Съ венім ꙗръ ла ꙟнтѫмпларѣ ꙋнде авем ꙟмпърцітор пе 7. ачі ꙟн лок де а лꙋа 6 пентрꙋ ръмъшіца ꙟмпърцірі лꙋї 1000 прін 7, пꙋтем сокоті къ есте —1; [6]

ръмъшіціле лꙋї $\frac{10^4}{7}$, $\frac{10^5}{7}$ сѫнт —3 ші —2; пꙋтем дар зіче къ ръмъшіціле 1 3 ші 2 есꙋ тот ачелѣ ꙋна дꙋпъ алта, дар трібꙋе рѫндꙋрї рѫндꙋрї съ адꙋнъм ші съ скъдем продꙋктꙋріле. Лꙋкрарѣ де сꙋс се-поате фаче ші дꙋпъ кꙋм ꙟнпротівъ се-веде, ꙋнде тръсꙋра аратъ продꙋктꙋріле челе де скъзꙋт, ші 30—23 аꙋ о есте ръмъшіца че се-чере.

13	527	542
31	231	231
	7	2
	6	12
	10	10
	32	3
		3
		30

Ꙟмпърцінд пе 10 прін 11 ръмъшіца есте —1, [7] $\frac{100}{11}$ дъ 1,... дечї 1 ші —1 сѫнт ръмъшіціле сꙋксесіве ре авем ла ꙟмпърцірѣ лꙋї 1 10 100... прін 11. Ведем дар къ де вом адꙋна тоате ціфреле ꙋнеї тректе фъръ

де соц, а ꙋнꙋї нꙋмър дат, ші пе ꙋрмъ пе тоате але челії кꙋ соцꙋ, ші сꙋма чѢ дꙋпъ ꙋрмъ о вом скоате діn чѢ діn тжіꙋ, ръмъшіца ва фі тот ачеѢ кꙋ а ⱀмпърцірі нꙋмърꙋлꙋї пріn 11.

фіе 732 931; фіinд къ $1+9+3=13$, $3+2+7=12$; авем ръмъшіцъ 1 ла нꙋмърꙋл $\frac{732931}{11}$. асеменѢ 429 180 дъ $0+1+2=3$, $8+9+4=21$; ачі 21 діn 3 нꙋ се-поате скоате, дар ꙋnіnд пре 2×11 кꙋ 3, авем 25; $25-21$ саꙋ 4 есте ръмъшіца черꙋтъ. 63 613 есте де-ⱀммꙋлціт лꙋї 11, пентрꙋ къ $15-4=11$; деч ръмъшіца есте нꙋлъ.

26. Кжnд ⱀмпърцім пріn ꙋn нꙋмър фъръ соцꙋ 7. ръмъшіца нꙋ поате фі де кжт 1, 3 саꙋ 5; дар кжnд есте 3 нꙋмърꙋл есте де-ⱀммꙋлціт лꙋї 3; ші ⱀnкъ ръмъшіца 5 есте д'опотрівъ лꙋї -1, деч орї че нꙋмър че нꙋ есте де-ⱀмпърціт пріn 2, нічї пріn 3, требꙋе кꙋ 1 съ аїбъ деосебіре де алтꙋл че есте де ⱀммꙋлціт лꙋї 6.

27. Ка съ деспърцім ꙋn нꙋмър дат че нꙋ есте діn тжіꙋ ⱀn аї лꙋї фъкъторї, ⱀл ⱀмпърцім маї ⱀnтжіꙋ пріn 2 д'атжтѢ орї ⱀn ржnд, де кжте орї се-ва пꙋтѢ. Съ пꙋnем къ есте де 3 орї де ⱀмпърціт, атꙋnчї ачест нꙋмър ва фі продꙋктꙋл лꙋї $2\times 2\times 2$ саꙋ 2^3, пріn кжтꙋл че'л авем. Пе ꙋрмъ черкъм ⱀмпърцірѢ ачестꙋї кжт пріn 3; съ пꙋnем іаръ къ ачѢста се-фаче де 2 орї; ачест кжт ва фі продꙋктꙋл лꙋї 3^2 пріnтр'ꙋn ноꙋ кжт, пентрꙋ каре нꙋмърꙋл чел про пꙋс есте продꙋктꙋл ачестꙋї діn ꙋрмъ кжт, пріn $2^3\times 3^2$. Ші аша черкъм тоцї нꙋмері чеї діn тжіꙋ 5,

7,11,13 ... ші ꙟтр'ачест кіп нꙋмърꙋл дат ва фі деспърціт ꙟн чеі дін тжй аі съі фъкторі 8.

Фіе спр. п. 360, ꙟл ꙟмпърцім прін 2; пе ꙋрмъ кꙟтꙋл 180 прін 2; ші ꙟн сфꙟршіт 90 прін 2; ші фіінд къ 45 нꙋ се-ꙟмпърцеще прін 2, черкъм прін 3, пе ꙋрмъ пе кꙟтꙋл 15 ꙟл ꙟмпърцім ꙗр прін 3, ші авем пе нꙋмърꙋл ꙟнтжїй 5: ачі лꙋкрарѣ ꙟнчетѣзъ ші авем $360=2^3.3^2.5$. Сокотѣла ачѣста маі обічнꙋіт се-ашазъ дꙋпъ кꙋм ꙟн протівъ се-веде пентрꙋ ка маі біне съ се дежꙋдече фъкторі. Афлъм асеменѣ ші пе $210=2.3.5.7$.

360	2	2 0	2
180	2	105	3
90	2	35	5
45	3	7	7
15	3		
5	5		

Адесѣ орі авем требꙋінцъ а афла пе тоці ꙟмпърціторі ꙋнꙋі нꙋмър дат. ꙟл деспърцім дар ꙟнтжїй ꙟн фъкторі лꙋі чеі сімплі, пе ꙋрмъ ꙟі ꙟммꙋлцім кꙟте 2, 2, кꙟте 3, 3,... ші фъкꙟнд тоате комбінъріле челе пꙋтінчоасе, сꙟнтем ꙟнкредінцаці къ н'ам лъсат нічі ꙋн фъктор (ачѣста се-ва аръта ла № 33): лꙋкрарѣ се-фаче дꙋпъ кꙋм ꙋрмѣзъ. Фіінд къ $360=2^3.3^2.5$, фачем продꙋктꙋл $(1+2+2^2+2^3)\times(1+3+3^2)$. Дꙋпъ ачѣста ꙟммꙋлцім асеменѣ пе фіе каре дін термені прін $1+5$, ші авем пе тоці ꙟмпърціторі черꙋці каре сꙟнт.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24,
30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360,

пентрꙋ 210 авем $(1+2)(1+3)(1+5)(1+7)$,

де унде 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210,

28. Се ꙟтжмплъ унеорі а се-фаче ꙟмпърціръ прін деосебітеле нумере дін тжнѣ 2, 3, 5, 7, фъръ съ афлъм пе нічі уна каре съ ꙟмпърцъскъ де съвжршіт. Кжнд ку черкаръ венім пжнъ кжнд пе нумър съ'л ꙟмпърцім прін ръдъчіна са пътратъ, ну фаче требуінцъ а мерце маі ꙟнколо, ші ачест нумър негрешіт есте дін тжнѣ, къчі фіінд къ орі че кжтъціме есте продуктул ръдъчіні сале пътрате прін еа ꙟнсуші, де ва креще уна дін фъкторі чел аднат требуе съ сказъ, ка продуктул съ ясъ тот нумърул чел пропус, кжнд дар ун нумър аре ун ꙟмпърцітор маі маре де кжт ръдъчіна са, требуе съ аібъ ші алтул маі мікѣ.

Спре пілдъ, 127 есте ун нумър дін тжнѣ пентру къ ну се-ꙟмпърціще прін нічі уна дін нумеріле 2, 3,... пжнъ ла 11 ші къ $\sqrt{127}$ есте ꙟнтре 11 ші 12; асеменъ 477 поате съ фіе де 2 орі ꙟмпъртіт прін 3, ші авем $477 = 3^2 . 53$; дар 53 ведем къ ну се-ꙟмпърцеще прін 2, 3, 5, нічі 7, де унде урмѣзъ 53 есте нумър дін тжнѣ, ші 477 ну се-поате деспърці маі ꙟнколо.

Асупра проприетъцілор нумерілор се-поате чінева ажуторі дін чітіръ фрумоаселор меморії а ле луі Еулер, Лагранж,... дін колекціїле Турінулуі, Берлінулуі, Парісулуі, ші Петресбургулуі, дін Теоріа нумерілор луі Лежѣндру, черчетъріле арітметіче але луі Гаусе (традусе де Поуллет де Лісау).

КАП II

ПЕНТРУ NУМЕРЕ ФРЖNЦЕРОАСЕ

1. Nатура ші скімбарѢ Фржнцерілор

29. Де вом ↑мпърці унімѢ ↑н пърці д'опотрівъ, ші вом луа уна саў маї мулте дінтр'ачесте пърці, атунчї ачѢ кжтъціме о нумім фржнцере, ші с'аратъ прін доъ нумере, дін каре унул че се-зіче Nумітор, арать ↑н кжте пърці есте унімѢ ↑мпърцітъ; чел алалт пе каре ↑л нумім Nумърътор, аратъ кжте дінтр'ачесте пърці се-іаў. Зікжнд чінчї а шаптѢ, ↑нцелецем къ унімѢ есте ↑мпърцітъ ↑н 7 пърці д'опотрівъ, ші къ дін еле с'аў луат 5, каре се-скріе аша $\frac{5}{7}$; 5 есте Nумърѣторул ші 7 Nуміторул. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, се-зік о жумътате, саў уна адоа, саў 1 дін 2, доъ атреѢ саў 2 дін 3, 3 сфертурі, саў 3 а патра, саў 3 дін 4, 5 а опта, саў 5 дін 8.

30. Ка съ ↑ммулцім пе $\frac{5}{7}$ прін 7; тревуе ка фіе каре а 7-а съ се-іа де 7 орї, ші фіінд къ фіе-каре продуче унімѢ, авем $\frac{5}{7}\times 7=5$: де унде урмѢзъ къ орї че фржнцере ↑ммулцінду-се прін нумі-торул съў, дъ пъ нумърътор. ↑нтребуінцъм се-

мнȣл ꙟмпърцірі ші ла фржнцерї, пентрȣ къ чінчї а шапте фіінд кжтȣл лȣї 5, ꙟмпърціт прін 7, фржнцерѣ нȣ есте алта, декжт кжтȣл ꙟмпърцірі нȣміторȣлȣї съȣ̆ прін нȣмітор (5).

Кжтȣл лȣї 47 прін 7 есте $6 + \frac{5}{7}$, пентрȣ къ ꙟмȣлціндȣсе прін 7 дъ $42 + 5 = 57$. Аша дар дака ȣнȣї кжт ꙟнтрег ал ȣнеї ꙟмпърцірї ꙟї адъогъм о фржнцере, каре де нȣмърътор съ аїбъ пе ръмъшіцъ ші нȣмітор пе ꙟмпърціторȣл, аттȣнчї авем пе кжтȣл ексакт (н. грешіт): $\frac{72312146}{8369}$ дъ кжт 8640, ші ръмъшіцъ 3986; дечї кжтȣл ексакт есте $8640 + \frac{3986}{8369}$.

Де ȣнде ȣрмѣзъ 1°. къ дака нȣміторȣл, ші нȣмъръторȣл вор фі д'опотрівъ, фржнцерѣ прецȣеще о ȣніме, каре с'аратъ дін ꙟнсȣші дефініціа еї; $\frac{11}{11} = \frac{12}{12} = 1$.

2°. Дака нȣмъръторȣл ковжрпеше пе нȣмітор, фржнцерѣ есте маї маре декжт ȣнімѣ ші о нȣмім Нȣмър Фржнцерос, ка съ о деосібім дін челе лалте фржнцері каре сжнт < 1. Дін тржнса скоатем пе чеї ꙟнтрецї ꙟмпърцінд пе нȣмъръторȣл прін нȣмітор; 37 де а чінчѣ $= \frac{37}{5}$ саȣ̆ 7 ші $\frac{2}{5}$, пентрȣ къ фржнцерѣ копрінде атжтѣ ȣнімї, декжте орї 5 се попрінде ꙟнтржнса.

Асеменѣ есте лесне а се-адȣче нȣмері ꙟнтрецї ꙟн фржнцерї; адікъ ка съ се-факъ 7 ꙟн де а чінчѣ, ꙟм-

5

мȣлцім пе 7 пріи 5, ші авем $\frac{35}{5}$, деч 7 + $\frac{2}{5} = \frac{37}{5}$.

31. Кѫнд се-мъреще нȣмърълорȣл нȣмаї, фрѫнцерѣ креще, пентрȣ къ се-ѩȣ маї мȣлте пърці ші мърімѣ лор ръмѫне тот ачеѣ. Тот прінтр'ачест кȣвѫнт дін протівъ, дака креще нȣміторȣл фъръ а се-скімба нȣмърълорȣл, фрѫнцерѣ требȣе съ се-мікшорезе. Прѣ лесне дар се-ꙟнцелеџе ꙟн ȣнеле ꙟнтѫмплърі каре фрѫнцере дін доъ есте маї маре; $\frac{5}{7} > \frac{4}{7}$, $\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$, $\frac{4}{5} > \frac{3}{7}$.

Дінтр'ачестѣ есте прѣ ꙟмведерат къ поате а се-мърі амѫндоі термені а ȣнеі фрѫнцері, ші прецȣл еі съ нȣ се-скімбе, ші ѩтъ кȣм. Фіе $\frac{5}{7}$; девом ꙟндоі пе нȣміторȣл 7, фіе-каре парте че аратъ ачѣстъ фрѫнцере есте ꙟмпърцітъ ꙟн доъ, ші ка съ авем тот ачѣ мъріме арътатъ ꙟн а 14-лѣ требȣе съ лȣъм доъ пърці ꙟн локȣл ȣніѩ; 4 ꙟн локȣл лȣї 2; ꙟн сфѫршіт 10 ꙟн локȣл лȣї 5; $\frac{10}{14} = \frac{5}{7}$. Ꙟнтреінд пе 7 пȣтем ведѣ асемене къ требȣе съ ꙟнтреім ші пе 5;... Дечі пȣтерѣ фрѫнцері нȣ се-скімбъ де вом ꙟммȣлці саȣ вом ꙟмпърці пе амѫндоі термені прін тот ачелаш нȣмър.

2. Редȣчере ла ачелаш нȣмітор

32. Ка съ кȣноащем акȣм каре дін доъ фрѫнцері есте маї маре, есте дестȣл а ле редȣче тот ла ачел нȣмітор ꙟммȣлцінд амѫндоі терміні ȣніа прін нȣміторȣл челалалте ші дін протівъ. Ачѣстъ лȣкраре нȣ поате скімба прецȣл фрѫнцері-

лор, ші фіє каре аре пентрȣ нȣмітор пе продȣктȣл нȣміторілор а амѫндоі; аша $\frac{3}{4}$ ші $\frac{5}{7}$ сѫнт тот д'опȣтере кȣ $\frac{3 . 7}{4 . 7}$ ші $\frac{5 . 4}{7 . 4}$ саȣ $\frac{21}{28}$ ші $\frac{20}{28}$; де ȣнде ȣрмѣзъ къ $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$.

Тот ачест кȣвѫнт не поате аръта кȣм ші кѫнд сѫнт маї мȣлт де кѫт доъ фрѫнцері съ ле адȣчем ла ȣн нȣмітор де комȣн, каре есте продȣктȣл тȣтȣлор нȣміторілор, адікъ ꙟмм ȣлцім терміні фіе-кърія прін продȣктȣл челор лалці нȣміторї. Фіе $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$ ші $\frac{3}{4}$; аша ꙟммȣлцім амѫндої терменї фрѫнцері $\frac{2}{3}$ прін 4×7, саȣ 28; аї $\frac{5}{7}$ прін 3×4 саȣ 12; ꙟн сфѫршіт аї $\frac{3}{4}$ прін 3×7 аȣ 21; ші авем $\frac{56}{84}$ $\frac{60}{84}$ ші $\frac{63}{84}$. де ȣнде ȣрмѣзъ къ $\frac{2}{3} < \frac{5}{7} < \frac{3}{4}$.

Дȣпъ ачест міжлок адȣкѫнд фрѫнцеріле ла ачелаш нȣмітор, поате чінева съ кȣноаскъ ші мъріміле релатіве але лор, лȣкрȣ каре нȣ аре нічї о греȣтате.

33. Фіе доъ фрѫнцері $\frac{7}{11}$ ші $\frac{35}{55}$; дȣпъ че се-вор адȣче тот ла ачел нȣмітор, поате чінева жȣдека дака сѫнт д'опотрівъ, саȣ нȣ, дака продȣктȣріле ꙟн крȣчіш, 7×55, 11×35, каре сѫнт ꙟн лок де нȣмърторї вор фі ꙟнтре сіне д'опотрівъ. Дечї фіінд доъ продȣктȣрї д'опотрівъ $35 \times 11 = 7 \times 55$, пȣтем съ фачем доъ фрѫнцері д'опотмівъ $\frac{35}{55} = \frac{7}{11}$.

Съ лȣъм доъ фрѫнцері 'опотрівъ, адікъ $\frac{7}{11}$ ші-

$\frac{35}{55}$, аша атунчї $35 \times 11 = 7 \times 55$; скъзѫнд дін амѫндоъ пърціле 7×11, авем $(35-7) \times 11 = (55-11) \times 7$; дечї $\frac{35-7}{55-11}$ саў $\frac{28}{44} = \frac{7}{11}$. Аша дар 'фіінд доъ фрѫнџері д'опотрівъ, ачеѣ че се-формѣзъ дін діференца (саў сума) нумърторілор ші нуміторілор есте д'опотрівъ ку еле.

Съ пунем къ $\frac{7}{11}$ есте де-нередус, адікъ къ 'о фрѫнџере д'опотрівъ еї ну се-поате аръта прін нумере маї мічї. Де вом фаче тот ачѣстъ лукраре ші ла $\frac{30}{47}$ сокотіндо $= \frac{7}{11}$, авем $\frac{7}{11} = \frac{23}{36} = \frac{16}{25} = \ldots$ Съ урмъм ку сокотѣла де се-поате ѫнъ кѫнд пе нумърторул съ'л адучем съ фіе < 7; атунчї ші нуміторул ва фі < 11, пентру къ (31) ешітул $\frac{2}{3}$ есте $= \frac{7}{11}$; вом авѣ дар атунчї фрѫнџерѣ $\frac{2}{3}$ тот де ун прец ку $\frac{7}{11}$ ші арътатъ прін маї мічї термінї, каре есте ꙟнпротіва іпотезулуї. Ачѣстъ скъдере дар суксесівъ трібуе съ адукъ фрѫнџерѣ чѣ пропусъ ка термені еї съ ажунгъ 7 ші 11, каре сѫнт де ꙟмулціцї аї 7 ші 11. Де унде урмѣзъ къ дака дін доъ фрѫнџері д'опотрвъ уна ва фі де нередус, термені чеѣ лалте требуе съ фіе де ꙟммулціцї термені лор еї.

Дінтр'ачестѣ урмѣзъ 1°. къ дака ун продукт 35×11 есте де-ꙟмпърціт прінтр'ун нумър дін тѫй кум ам зіче

прін 7, требȢе сь фіе чеа пȢцін ші Ȣnȣа дін фъкторȢ де-ӂмпърціт прін трѪnсȢл; кьчї $\frac{35 \times 11}{7} = 55$, дь $35 \times 11 = 55 \times 7$ ші $\frac{35}{55} = \frac{7}{11}$; дечї дака $\frac{7}{11}$ есте де нередȢс, 35 ші 55 сѪнт де-ӂммȢлціте лȢї 7 ші 11.

2°. ПродȢктȢл а доь nȢмере дін тѪнѮ, nȢ поате сь се ӂмпърцѣскь прінтр'алте nȢмере де кѪт прін еле, прін Ȣніме, ші прін ел ӂнсȢшї.

3°. Орї че nȢмър nȢмаї ӂnтр'Ȣn феа се-поате компȢnе де фъкторї сімплі (везї N° 27)

4°. Дака Ȣn ӂмпърцітор кȢ ам зічѣ 14, nȢ ва фі дін тѪнѮ, требȢе ка Ȣnȣа дін фъкторі де-ӂммȢлцітȢлȢї лȢї 14 сь фіе де-ӂмпърціт прін 2 ші чеа алалт прін 7, саȢ ка ачест фъктор сь фіе де-ӂмпърціт прін 14. Аша 8×35 ші 70×15 сѪнт де-ӂммȢлціте лȢї 14; 8 есте ал лȢї 2, 35 ал лȢї 7, ші 70 ал лȢї 14.

5°. Дака 7 ші 11 nȢ аȢ фъкторї комȢnї адікь сѪнт дінтѪнѮ ӂnтре еле, доь оаре каре пȢтерї але лȢї 7 ші 11, прекȢм 7^3 ші 11^4 сѪнт асеменѣ ӂnтре еле дѪnтѪнѮ, пенрȢ кь де ар фі авȢт Ȣn ӂмпърцітор комȢn ар фі фост асеменѣ ші ал лȢї 7 ші ал лȢї 11.

34. ЛȢкрарѣ редȢчерї а маї мȢлтор фрѪнцерї ла Ȣn nȢмітор де комȢn сь прескȢртѣзь прѣ мȢлт кѪнд

ачещїй нȣмїторї нȣ вор фї ꙟнтре сїне дѫнтѫнȣ; фїе спре пїлдъ, ... $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{12}$

съ пȣнем къ кȣноащем нȣмърȣл 24 каре есте де ꙟмпърцїт прїн тоцї нȣмїторї; фъкѫнд ачесте ꙟмпърцїрї, вом авѣ де кѫтȣрї пе. 12 8 6 4 3 2

шї ꙟммȣлцїнд пе амѫндоȣ термені ай фїе-кърїа фрѫнцерї прїн кореспȣнзъторȣл кѫт, авем . . . . $\frac{12}{24}$ $\frac{16}{24}$ $\frac{18}{24}$ $\frac{4}{24}$ $\frac{9}{24}$ $\frac{10}{24}$.

Ꙟн локȣл лȣї 24 пȣтем ꙟнтребȣїнца пе 72, 48... дар ꙟмай бїне съ алеџем пе 24 каре есте чел май мїк де ꙟмпърцїт прїн тоцї нȣмїторї.

Рѫмѫне акȣм съ щїм а афла пе нȣмърȣл 24; есте ꙟмведерат къ е дестȣл съ афлъм пре чел май мїк нȣмър де ꙟмпърцїт прїн 12 шї 8, фъръ а кътȣта ла чеї лалцї нȣмїторї 2, 3, 4, шї 6 каре ꙟмпърцеск пре 12; къчї орї че нȣмър фїїнд де ꙟмпърцїт прїн 12, ва фї шї прїн 2, 3, 4 шї 6. Асемене пȣтем пȣне ꙟн локȣл лȣї 12, пе 3, лъсѫнд пе фъкъторȣл 4 че се афлъ ꙟн 8; нȣ рѫмѫне акȣм алт де кѫт а афла пе чел май мїк де-ꙟмпърцїт прїн 3 шї 8 каре есте 3×8 саȣ 24. Ка съ афлъм пе чел май мїк нȣмър де-ꙟмпърцїт прїн оаре каре кѫтъцїмї дате, кȣтъм пе фъкъторї лор чеї сїмплї (27) пе ȣрмъ лȣѫнд пентрȣ фїе-каре дїн еї пе чѣ май ардїкатъ пȣтере, вом фаче продȣктȣл лор каре есте нȣмърȣл черȣт.

Асеменѣ ші пентрꙋ 2, 3, 5, 10, 15, 8, 14, 12, ші 6, нꙋ кꙟтъм декѫт ла 10, 15, 8, ші 12, саꙋ 2.5,3.5,2^3. ші 2^2.3; де ꙋнде не есе 3.5.2^3 саꙋ 120 пентрꙋ чел маї мік нꙋмър де ꙟмпърціт прін кѫтъціміле пропꙋсе.

3. Редꙋчере ла чѣ маї сімпль спересіе.

35. Сѫнт о мꙋлціме де фрѫнцері каре аꙋ тот ачел прец, деші се-арът прн деосебіте нꙋмере, ші фіінд къ ка съ се-кꙋноаскъ адевърата мъріме а ꙋнеї фрѫнцері, есте маї лесне кѫнд се-аратъ прін маї мічі нꙋмере, де ачеѣ о редꙋчем ла чѣ маї сімплъ а еі спресіе. Пꙋтем дар черка ꙟмпърцірѣ амѫндꙋрор тереме-нілор прін нꙋмеріле 2, 3, 5...; Спр. П. ꙟмпърцінд пе $\frac{210}{315}$ сꙋс ші жос прін нꙋмърꙋл 5, авем $\frac{42}{63}$, пе ꙋрмъ прін 3, се-фаче $\frac{14}{21}$; ꙟн сфѫршіт прін 7 не дъ $\frac{2}{3}=\frac{210}{315}$.

Дар ачѣсть лꙋкраре нꙋ поате фі маї мꙋлт декѫт ка о черкаре; ші маї вѫртос кѫнд фрѫнцерѣ есте де нередꙋс, нꙋ пꙋтем съ о кꙋноащем, декѫт дꙋпъ мꙋлте ꙟнчеркърі ші остенітоаре. Маї кꙋ ꙟнлеснірe дар есте съ кꙟтъм ꙟндатъ пе чел маї маре нꙋмър каре поате съ ꙟмпърцѣскъ амѫндоі термені фрѫнцері, кѣчі е дестꙋл а фаче ачѣсть ꙟндоітъ ꙟмпърціре, ші авем спресіа чѣ маї сімплъ че се-чере.

Фіе пропꙋсе доъ кѫтъцімі адікъ 294 ші 91. дака 91 ꙟмпърцеще пре 294, есте ꙟмведерат къ 91 есте нꙋмърꙋл чел черꙋт; фачем дар ачѣсть ꙟмпърціре. Дар

афлъм ръмъшіца 21 ші кжтꙋл 3: къчї . . . . . $294 = 91 \times 3 + 21$. Дечї есте ꙟмведерат къ орї че нꙋмър ва фі ꙟмпърцітор ексакт ла доъ нꙋмере 91 ші 21, трібꙋе асеменѣ съ ꙟмпърцѣскъ ші пе ал треілѣ 294; къчї ꙟмпърцінд тоатъ екꙋаціа прін 7 авем...

$$\frac{294}{7} = \frac{91 \times 3}{7} + \frac{21}{7};$$

Аша дар партѣ а доа есте нꙋмър ꙟнтрег, де ꙋнде требꙋе съ фіе ші $\frac{294}{7}$ асеменѣ.

Прекꙋм ші дака 7 ꙟмпърцеще пе 294 ші 91, фіінд къ $\frac{21}{7}$ адъогат ла ꙟнтрегꙋл $\frac{91 \times 3}{7}$ требꙋе съ дѣ ꙟнтрег пе $\frac{294}{7}$, ведем къ $\frac{21}{7}$ требꙋе съ фіе ꙟнтрег.

Пꙋтем сокоті дінтр'ачестѣ къ орї че ꙟмпърцітор комꙋн ал лꙋї 294 ші 91, трібꙋе съ ꙟмпърцѣскъ пе 21 ші 91, ші дін протівъ: дечї 21 ші 91, аꙋ тот пе ачеѧші ꙟмпърцітꙋрї комꙋнї кꙋ 294 ші 91 ші нꙋ пе алції; ші пентрꙋ ачѣстъ, чел маї маре ꙟмпърцітор комꙋн че се-чере, есте ачела ал лꙋї 91 ші 21.

Черерѣ акꙋм есте маї сімплъ, пентрꙋ къ 21 есте < 294, ші къ нꙋ ръмжне маї мꙋлт де кжт а афла пе чел маї маре комꙋн ꙟмпърцітор ꙟнтре 21 ші 91. Ꙋрмжнд аша, ведем къ 21 есте ачеста, дакъ 21 ꙟмпарте пе 91, саꙋ маї біне къ есте д'опотрівъ кꙋ ачела кар

ѣтъ ꙟNтрε 21 ші ꙟNтрε ръмъшіца 7 а ꙟмпърціpi лꙋї 91 прiN 21, ші аша ꙋрмъм пꙖNъ кꙖNд афлъм ꙋN ꙟмпърцітор εксакт, карε ва фі Nꙋмьрꙋл чεрꙋт. Афлъм ачі 7, къчї 21 εстε дε-ꙟмпърціт прiN 7; аша ка съ адꙋчεм фрꙖNцерѢ $\frac{91}{294}$ ла чѢ маї сімплъ а εї εспрεсіε, ꙟмпърцім пε амꙖNдоï тεрмεNі прiN 7, ші авεм $\frac{13}{42}$.

294	91	21	7
	3	4	3

Дεчї ка сε-афлъм пε чεл маї марε комꙋN ꙟмпърцітор ꙟNтрε доъ Nꙋмεрε, ꙟмпърцім пε чεл маї марε прiN чεлалалт; фачεм пε ꙋрмъ пε ръмъшіца ꙟмпърцітор ші пε ꙟмпърціторꙋл ꙟмпърціт; ші ꙋрмъм ꙟNтр'ачεст кіп, пꙖNъ кꙖNд вом гъсі ꙋN ꙟмпърцітор εксакт. Маї обічNꙋіт ръмъшіца сε-скріε спрε дрѢпта ꙟмпърціторꙋлꙋї, ка ла ꙟмпърцірѢ ꙋрмътоарε съ аїбъ локꙋл чεл кꙋвіNчос, дꙋпъ кꙋм сε-ведε ꙟN εксεмплꙋ чεл дε сꙋс ші ꙟN чεл ꙋрмътор, ꙋNдε 47 εстε чεл маї марε ші комꙋN ꙟмпърцітор ла амꙖNдоï тεрмεNі фрꙖNцεрі $\frac{799}{2961}$, карε сε-рεдꙋчε ла $\frac{17}{63}$.

2961	799	564	235	94	47
	3	1	2	2	2
63	17	12	5	2	1

36. Ꙋрмѣзъ дiN чεлε зісε къ:

1°. Ка съ афлъм пε тоці ꙟмпърціторі дε комꙋN ꙟNтрε доъ Nꙋмεрε,ε дεстꙋл а афла пε тоці фъкъторі

(27) аї челꙋї маї маре ал лор комꙋн ꙟмпърцітор. Аша ал лꙋї 150 ші 90, фіінд 30 авєм пє 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, ші 30, фъкъторї аї лꙋї 30, саꙋ сінгꙋрї ꙟмпърціторї аї лꙋї 150 ші 90.

2°. Zісеръм къ требꙋе съ ꙋрмъм кꙋ лꙋкраре пѫнъ кѫнд вом афла ꙋн ꙟмпърцітор ексакт; ведем дар къ ръмъшіціле мікшорѫндꙋсе фъръ ꙟнчетаре, требꙋе съ ажꙋнџем чел пꙋцін ла ꙋніме, каре есте ꙟмпърцітор тꙋтꙋлор нꙋмерілор. Аша 21 ші 50 аꙋ ꙋнімѣ пентрꙋ чел маї маре ꙟмпърцітор комꙋн; ші термені фрѫнџері $\frac{21}{50}$ фіінд дінтѫй ꙟнтре сіне, ꙋрмѣзъ къ ачѣстъ фрѫнџере есте де-нередꙋс. Есте тріст къ нꙋ пꙋтем съ не ꙟнкредінцъм деспре ачѣстъ лꙋкраре, де кѫт дꙋпъ че вом ꙟнтребꙋінца тоате міжлоачеле де сокотѣлъ (16).

3°. Чел маї маре комꙋн ꙟмпърцітор а доъ нꙋмере, требꙋінд съ ꙟмпърцѣскъ пе фіе-каре ръмъшіцъ, дака ꙟн кꙋрсꙋл лꙋкрърі афлъм пе ꙋн нꙋмър дінтѫй, каре нꙋ поате ꙟмпърці ексакт ръмъшіца че пречеде, есте фъръ фолос съ ꙋрмъм маї наінте кꙋ сокотѣла, каре негрешіт кꙋ ꙋнімѣ требꙋе съ се-термінезе.

4°. Фіінд къ ꙟн ексемплꙋ де маї наінте, 47 ꙟмпърцеще нꙋ нꙋмаї пе 2961 ші 799, чі ші пе 564, 235, ші 94, кътъм де кѫте орї се-копрінде 47 ꙟн фіе-каре дінтр'ачесте нꙋмере. Есте ꙟнведерат къ одатъ ꙟн 47 де 2 орї ꙟн 49: пꙋнем 2 ші 1 сꙋбт 94 ші 47. Авем $235 = 2 \times 94 + 47$, дечї $\frac{235}{47} = 2 \times 2 + 1 = 5$, пе каре ꙟл пꙋнем сꙋбт 235; асеменѣ ка се-афлъм кѫтꙋл лꙋї 564 прін 47, ꙟммꙋлцім пе 5, пе каре ꙟл афларъм прін

2 каре есте д'асупра ші адъогъм пе 2, каре есте десспре дрѣпта луї 5; $2 \times 5 + 2 = 12$, пе каре 'л пунем субт 564, ꙟн сфжршіт авем $12 \times 1 + 5 = 17$, . . . $17 \times 3 + 12 = 63$. Аша нумеріле 63, 17, 12, ... сжнт кжтуріле луї 2961, 799... ꙟмпърціте прін 47.

Ведем къ ку ачест міжлок путем афла прецул $\frac{17}{63}$, ꙟн чѣ маї сімплъ еспресіе а $\frac{799}{2961}$, ші къ ꙟнкъ есте маї ꙟн скурт а лукра ꙟнтр'ачест кіп ексемплул ачеста, де кжт а ꙟмпърці амжндоі термені прін 47. Пунем аічї доъ лукрърі асемене $\frac{69}{115}$ ші $\frac{204}{1139}$, каре се-редук ла $\frac{3}{5}$ ші $\frac{12}{67}$.

115	69	46	23	1139	204	119	85	34	17
	1	1	2		5	1	1	2	2
5	3	2	1	67	12	7	5	2	1

Путем ꙟнкъ съ не депріндем а куноаще къ фржнцерѣ $\frac{202994}{293215}$ есте де нередус къ $\frac{840}{1848} = \frac{5}{11}$, $\frac{3661}{11506} = \frac{7}{12}$, ші $\frac{14349}{38264} = \frac{3}{8}$.

5°. Ка съ афлъм пе чел маї маре комун ꙟмпърцітор ꙟнтре треї нумере 150, 90, 40, къутъм дін тжїў пе ал луї 150 ші 90 каре есте 30, пе урмъ пе ал луї 30 ші 40, каре есте 10. Прін міжлокул ачеста путем афла пе тоцї ꙟмпърціторі а орї кжте нумере ні се-вор да.

4. Адунаре ші Скъдере.

37. Німік ну есте аша де лесне де кжт а адуна ші а скъдѣ фржнцерї каре аў тоц ун нумітор, адікъ адунъм ші скъдем нумаї нумърьторі. Аша $\frac{7}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9}{12}$ саў $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{12} - \frac{3}{12} = \frac{4}{12}$ саў $\frac{1}{3}$; $\frac{7}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} - \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$.

Іар дака фрꙟнцеріле нꙋ аꙋ тот ꙋн нꙋмітор, атꙋнчї ле фачем съ аїбъ (32); аша $\frac{3}{4}+\frac{5}{7}=\frac{21}{28}+\frac{20}{28}=\frac{41}{28}=1+\frac{13}{28}$. Асеменѣ $\frac{2}{3}+\frac{5}{7}+\frac{3}{4}$ се редꙋк ла $\frac{56}{84}+\frac{60}{84}+\frac{63}{84}=2+\frac{11}{84}$. Ꙟн сфꙟршіт пентрꙋ $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{7}{10}+\frac{7}{15}+\frac{5}{6}-\frac{3}{8}-\frac{1}{4}-\frac{5}{12}$ авем (34) . . . .

$$\frac{60+80+72+84+56+100-45-30-50}{120}=\frac{527}{120}=2+\frac{29}{40}$$

Кꙟнд фрꙟнцеріле че се-пропꙋн сꙟнт ꙟнсоціте кꙋ нꙋмере ꙟнтреџї, лꙋкръм деосібіт асꙋпра лор. Адікъ ка съ ꙋнім пе $5+\frac{1}{2}$ кꙋ $5+\frac{3}{4}$, ꙋнім пе $\frac{1}{2}$ кꙋ $\frac{3}{4}$ ші авем $\frac{5}{4}$; пꙋнем $\frac{1}{4}$, ші цінем 1, пе каре о адъогъм лꙋї 3 ші 5: ші авем $9+\frac{1}{4}$.

Асеменѣ $3+\frac{1}{2}-(1+\frac{1}{4})$ се-афлъ де вом скоате пе $\frac{1}{4}$ дін $\frac{1}{2}$ пе ꙋрмъ пе 1 дін 3, ші авем $2+\frac{1}{4}$. Фіе асеменѣ ші $5+\frac{1}{2}-(1+\frac{1}{4})$; фіінд къ $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$ нꙋ се-поате, адъогъм 1 лꙋї $\frac{1}{2}$ саꙋ $\frac{2}{4}$ ші авем $\frac{6}{4}-\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$: дар пе ꙋрмъ требꙋе съ адъогъм 1 ла нꙋмърꙋл чел де скъзꙋт; дечї зічем $5-2=1$; $1+\frac{2}{4}$ есте ръмъшіца черꙋтъ.

5. Ꙟммꙋлціре ші Ꙟмпърціре.

38. Ка съ ꙟммꙋлцім пе $\frac{3}{4}$ прін 5, требꙋе ка де 5 орї съ адъогъм пе $\frac{3}{4}$; ꙟммꙋлцім дар пе нꙋмърьторꙋл 5 прін 5, ші авем $\frac{15}{4}$. Аша дар ка съ ꙟммꙋлцім о фрꙟнџере пріꙟтр'ꙋн нꙋмър ꙟнтрег, ꙟммꙋлцім нꙋмърьторꙋл прін трꙟнсꙋл. Пꙋтем асеменѣ съ ꙟмпърцім пе нꙋміторꙋл прін нꙋмърꙋл чел

ꙟNтрег де ва фі ȣN де-ꙟмȣлціт ал лȣї; пеNтрȣ къ . . . $\frac{3}{4}\times 2=\frac{3\times 2}{4}$; пȣтем лъса пе фъкторȣл комȣN 2 каре дъ $\frac{3}{2}$ ка кѫNд ам фі ꙟмпърціт пе 4 прін 2. Авем асеменѣ $\frac{11}{18}\times 36=\frac{11}{1}\times 2=22$; $\frac{19}{24}\times 12=\frac{19}{2}$.

39. Ка съ ꙟмпърцім пе $\frac{3}{4}$ прін 5, требȣе съ афлъм ѻ фрѫNцере а кърії нȣмітор ꙟмпърціт прін 5 съ дѣ $\frac{3}{4}$; аша ꙟNтродȣкѫNд пе фъкторȣл 5 ꙟN нȣмітор, кѫтȣл черȣт ва фі $\frac{3}{4\times 5}$ саȣ $\frac{3}{20}$. Ка съ ꙟмпърцім о фрѫNцере прінтр'ȣN нȣмър ꙟNтрег, ꙟммȣлцім нȣміторȣл прін трѫNсȣл. Пȣтем ꙟNкъ съ ꙟмпърцім пе нȣмърторȣл прін чел ꙟNтрег де ва фі ȣN де-ꙟммȣлцит ал лȣї; пеNтрȣ къ дȣпъ регȣла датъ $\frac{15}{11}:5=\frac{15}{11\times 5}$; ші скоцѫNд пе фъкторȣл 5 каре есте комȣN ла амѫNдоі терменіі, авем $\frac{3}{11}$.

40. Продȣктȣл лȣї $\frac{5}{7}$ прін $\frac{12}{4}$ саȣ 3 есте $\frac{3\times 5}{7}$, дȣпъ кȣм възȣръм; іар де вом ꙟммȣлці прін 4 пе амѫNдоі терменіі ачестȣї ешіт, авем продȣкт $\frac{12\times 5}{4\times 7}$; адікъ ꙟммȣлцім ꙟNтре сіне пе нȣмърторі ші нȣміторі фъкторілор $\frac{5}{7}$ ші $\frac{12}{4}$.

Дефініціа (3) а ꙟмȣлцірі ꙟNведерат нȣ се-поате да

ші фрꙟнцерілор; кьчї ар фі ꙋн лꙋкрꙋ прѣ неꙟнцелес кꙟнд ам зіче къ, ка съ ꙟмꙋлцім пе $\frac{3}{4}$ прін $\frac{5}{8}$, требꙋе съ адъогъм пе $\frac{3}{4}$ де атꙟтѣ орї декꙟте орї ꙋнімѣ се-купрінде ꙟн $\frac{5}{7}$. Ꙋрмѣзъ дар къ ла лꙋкрарѣ фрꙟнцерілор, зічері а ꙟММꙊЛЦІ требꙋе а ꙟї да ꙋн ноꙋ ꙟнцелес. Ші аша о вом ꙟнцелеще дꙋпъ кꙋм ꙋрмѣзъ: а ꙟммꙋлці пе $\frac{3}{4}$ прін $\frac{5}{7}$, ва съ зікъ а лꙋа пе $\frac{3}{4}$ дꙋпъ мърімѣ че се-аратъ прін $\frac{5}{7}$.

Ка съ съвꙟршім ачѣстъ лꙋкраре, требꙋе а фаче 4 пърцї д'о потрівъ дін кꙟтъцімѣ $\frac{5}{7}$, дін каре пе ꙋрмъ съ лꙋъм 3, саꙋ съ ꙟмпърцім пе $\frac{5}{7}$ прін 4, ші съ ꙟмꙋлцім апої прін 3: дечї възꙋръм къ $\frac{5}{7}: 4 = \frac{5}{7 \times 4}$, ші къ $\frac{5}{7 \times 4} \times 3 = \frac{5 \times 3}{7 \times 4}$; ачеста есте продꙋктꙋл че се-чере; саꙋ фрꙟнцерѣ фрꙟнцері черꙋтъ: $\frac{3}{4}$ де $\frac{5}{7}$ а ꙋнімі $= \frac{15}{28} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$.

Прѣ лесне пꙋтем ведѣ къ ачѣстъ ноъ дефініціе а зічері а ꙟммꙋлці, нꙋ нꙋмаї къ нꙋ се-ꙟмпротівеще ла чѣ дін тꙟїꙋ, чі маї вꙟртос къ есте о сінгꙋръ ꙟнтіндере каре се дъ ачещіа; пентрꙋ къ компърꙟнд продꙋктꙋріле $\frac{5}{7} \times \frac{12}{4}$ ші $\frac{5}{7} \times \frac{3}{4}$, прѣ лесне кꙋноащем къ міжлокꙋл лꙋкрърі есте тот ачела. Аша пентрꙋ $\frac{16}{7} \times \frac{15}{4}$, требꙋе а ꙟмꙋлці пе $\frac{16}{7}$ прін 5, апої прін $\frac{3}{4}$, каре дъ...

$$\frac{16 \times 12}{7 \times 4} + \frac{16 \times 3}{7 \times 4} \text{ саꙋ } \frac{16 \times 15}{7 \times 4}$$; де ꙋнде се-веде къ ної

ам ꙟнтродȣс нȣмаĭ ȣн кіп каре не аратъ ніще мі-жлоаче асеменѣ ші кȣвіінчоасе ла тоате ꙟнтꙂмплърілє.

Дінтр'ачестѣ ȣрмѣзъ 1°. къ ка съ ꙟммȣлцім доъ фрꙂнџері, требȣе а ꙟмпърці продȣктȣл нȣмърърторілор прінтр'ал нȣміторілор.

2°. Продȣктȣл есте маĭ мік де кꙂт орĭ каре фъкътор дака еĭ вор фі маĭ мічĭ де кꙂт ȣнімѣ.

3°. Пȣтем съ скімбъм рꙂндȣл фъкторілор ка ші ла чеĭ ꙟнтреџĭ (11); $\frac{5}{8}$ де $\frac{3}{4}$ сꙂнт де ȣн преџ кȣ $\frac{3}{4}$ де $\frac{5}{7}$.

4°. Ка съ авм пе $\frac{2}{3}$ де $\frac{3}{4}$ де $\frac{5}{6}$ де $\frac{4}{5}$ а ȣнімі требȣе съ пре-џȣім продȣктȣл $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\times\frac{4}{5}=\frac{2.3.5.4}{3.4.6.5}$ че се-редȣче ла $\frac{2}{3}$.

41. КꙂнд авем нȣмере ꙟнтреџĭ ꙟмпреȣнате кȣ фрꙂнџерĭ, ле адȣчем ꙟн нȣмере фрꙂнџероасе (30 2°); аша.

$$3\,\frac{2}{9}\times 7\,\frac{1}{3}=\frac{29}{9}\times\frac{22}{3}=\frac{638}{27}=23\,\frac{17}{28};$$
$$45\,\frac{3}{4}\times 17\,\frac{2}{3}=\frac{183}{4}\times\frac{53}{3}=\frac{9699}{12}=808\,\frac{1}{4}.$$

Дар де мȣлте орĭ есте маĭ лесне а лȣкра осебіт ꙟммȣлцірѣ фіе-къріа пърџĭ ші пе ȣрмъ а адȣна. Пентрȣ $3\,\frac{1}{4}\times 8$ ꙟммȣлцім маĭ ꙟнтꙂіŭ 3 прін 8, ші авем 4, дечĭ $3\,\frac{1}{4}\times 8=24+2=26$. Асеменѣ ші пентрȣ ексемплȣ че се-веде ꙟнпротівъ, ȣнде дȣпъ че вом фаче продȣктȣл ꙟнтреџілор 45×17, ші ал фрꙂнџерілор $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$, маĭ ꙟммȣлцім ꙟнкъ фіе-каре ꙟнтрег прін фрꙂнџерѣ че есте ꙟнсоціть кȣ чел ал алт фъктор.

$$\begin{array}{r} 45\,\frac{3}{4} \\ 17\,\frac{2}{3} \\ \hline 315 \\ 45 \\ \frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\ldots\ \ldots\frac{1}{2} \\ 45\times\frac{2}{3}\ldots 30 \\ 17\times\frac{3}{4}\ldots 12\ldots\frac{3}{4} \\ \hline 808\ldots\frac{1}{4} \end{array}$$

42. Ка съ ꙟмпърцім пе $\frac{3}{4}$ прін $\frac{5}{7}$ требȣе съ афлъм о фрꙟнџере каре ꙟммȣлцінꙘȣсе прін $\frac{5}{7}$, съ дѣ $\frac{3}{4}$, адікъ а къріа нȣмъръторȣл ꙟмпърціт прін 7 ші нȣміторȣл прін 5, съ дѣ $\frac{3}{4}$. Есте ꙟнведерат къ е дестȣл ка ла $\frac{3}{4}$ съ ашъзъм пе фъкторі 7 ші 5, ȣнȣл сȣс ші алтȣл жос; аша $\frac{3\cdot7}{4\cdot5}$ саȣ $\frac{21}{20}$ есте кꙟтȣл.

Дечі ꙟка съ ꙟмпърцім прінтр'о фрꙟнџере ꙟі скімбъм пе нȣміторȣл ꙟн сȣс ші пе нȣмъръторȣл ꙟн жос, ші ꙟмȣлцім $8:\frac{3}{5}=8\times\frac{5}{3}=\frac{40}{3}=13\frac{1}{3}$..... $\frac{3}{4}:\frac{5}{11}=\frac{3}{4}\times\frac{11}{5}=\frac{33}{20}$. Кꙟтȣл ꙟнкъ есте маі маре де кꙟт ꙟмпърцітȣл, кꙟнд ꙟмпърціторȣл е маі мік де кꙟт ȣнімѣ.

Кꙟнд фъкторі сꙟнт комȣні пȣтем съі лъсъм,... $\frac{2}{5}:\frac{4}{5}=2:4=\frac{1}{2}$; $\frac{18}{19}:\frac{9}{38}=\frac{2}{1}:\frac{1}{2}=4$.

Кꙟнд авем нȣмере ꙟнтреџі ȣніте кȣ фрꙟнџері, ле адȣчем ꙟн нȣмере фрꙟнџероасе; аша $2\frac{1}{3}:4\frac{3}{4}=\frac{7}{3}:\frac{19}{4}=\frac{28}{57}$. Пȣтем съ ші лепъдъм пе нȣмъръторȣл ꙟмпърціторȣлȣі, ꙟммȣлцінд амꙟндоъ кꙟтъцімілє дате прінтр'ачест нȣмітор. $2\frac{1}{3}:3\frac{5}{6}$, ꙟммȣлцінд-се прін 6 се-фак 14:23 саȣ $\frac{14}{23}$

6. Фрꙟнџері Zечімале.

43. Греȣтатѣ каре адȣче кȣ сіне ꙟн лȣкраре амꙟндоі термені аі фрꙟнџерілор нѣа дат прічінъ ка маі на-нте съ хотъръм пе нȣміторȣл ші съ'л сȣпт-ꙟнцелеџем лȣкрȣ че не адȣче ꙟнаінте доъ фелȣрі де діспозіціі

дікъ фрҗнцеріле зечімале ші нумеріле комплетіте; дар ші уна ші алта сжнт супусе ла регуліле челе дате де маї наінте, каре ачі се-вор аръта маї ку деслушіре Съ ҹнчепем маї ҹнтжїу дела фрҗнцеріле зечімале.

Ам възут (6) къ о ціфръ прецуеще де зече орї маї пуцін де кжт дака ар фі авут локул чел д'а стжнга еї; де вом урма дар спре дрѣпта тот ку ачѣ ҹмвоіре, ажъ-тжнд трѣпта ачестора прінтр'о віргулъ, ведем къ ціфра чѣ дін тжїу дупъ унімї есте дін зече; 3, 3 аратъ 3 ҹнтреџї ші $\frac{3}{10}$; чѣ де а доілѣ ва фі дінтр'осутъ; . . . 42,05=42 $\frac{5}{100}$; чѣ де а треілѣ ва фі дінтр'оміе . . . . 0,403 = $\frac{403}{1000}$, шчл:

Партѣ дар каре урмѣзъ дупъ віргулъ есте нумъръторул ші ну е де трібуінцъ а се-скрі нуміторул, каре тот д'ауна есте 1 урматъ де атжтѣ нуле кжте зечімале саў ціфре сжнт дупъ віргулъ. Есте дар прѣ лесне де а аръта о фрҗнцере зечімалъ: 8,700201 = 8 + 700201 дінтр'ун міліон; 354,0063=354 + 63 дін зече мії;.....

Дін протівъ ка съ скрім о фрҗнцере зечімалъ скрім пе нумъръторул дат, ші пе урмъ пунем віргула асфел ка атжтѣ ціфре зечімале съ аібъ, кжте нуле вор фі ҹн нуміторул че'л субтҹнцелеџем. 3 дін зече мії се-скріу... 0, 0003; о міе ҹнтреџї ші 4 дін о сутъ = 1000,04; 13 мії дін о сутъ де міліоане = 0,00013000;.....

44. Ҹнсемнъм ҹнтжїу, къ мутжнд віргула спре дрѣ-

пта саў спре стжнга ку о трѢптъ, нумъруа се-ѫммулцеще саў се-ѫмпъцеще прін 10, ку доъ прін 100, ку треі прін 1000 шча: пентру къ фіе-каре ціфръ аратъ ун нумър, каре ѫнсуші есте ѫммулціт саў ѫмпърціт прін 10, 100, 1000,..... аша 342,53 есте де зече орі 34,253; де 100 де орі 3,4253; де 1000 де орі 0,34253 шча.....

2°. Путем фъръ а скімба путерѢ унеі фржнцері зечімале апуне саў а скоате уна саў маі мулте нуле спре дрѢпта; ...... $0,3 = 0,30 = 0,300 = \ldots$.. пентру къ ѫммулцім аттуnчі амжндоі термені фржнцері прін 10, 100, 1000;. .. шікъчі ѫн локул луі $\frac{3}{10}$ скрім $\frac{3}{10} + \frac{0}{100} + \frac{0}{1000} + \ldots$

3°. Доъ фржнцері зечімале каре аў тот ачел нумър де ціфре аў тот ачел нумітор; пентру къ кжнд ва фі деосевіт, се-адуче а фі тот ачела компліnінд прін нуле нумъруа де зечімале.

4°. МърімѢ унеі фржнцері зечімале ну стъ ѫн нумъруа ціфрелор прін каре се-аратъ, чі ѫн прецуа ціфрі каре урмѢзъ дупъ віргулъ. Аша $0,7 > 0,54321$; $0,001 > 0,00078$; $0,687 > 0,6793$.

Съ ведем акум ачѢ че не аратъ регуліле ценерале (37 ші 42).

45. Ка съ адунъм маі мулте кжтъцімі зечімале, скрім нумеріле уна суbт алта ашъзжнд віргулеле ѫнтр'о колоnъ вертікалъ, ле адунъм дупъ регулъ ші ѫн

сxмъ пxнем віргxла тот ↑н ачѣ трѣ-пъ; ексемплx дін противъ есте дестxл съ не фавъ а ↑нцелеџе ачѣстъ регxлъ, ачі ведем къ фрѫнцъріле сѫнт редxсе тот ла чел нxмітор пентрx къ нxмеріріле зечімале ле ↑нкіпxім комплініте прін нxле.	4852,791 4,00745 2,7 0,049 4859,54745

Скъдерѣ се фаче іар дxпъ ачест міжлок; скъдем дxпъ регxлъ, пентрx каре іатъ кѫте ва ексемплxрї.

57,02	4,8274	6,00435	3,842
48,1	2,0139	0,17	1,004554
8,92	2,8135	5,83435	2,837446

46. Ка съ ↑ммxлцім доъ кѫтъцімї зечімале, прекxм 43,7 ші 3,91; фінд къ сѫнт д'опотрівъ кx $\frac{437}{10}$ ші $\frac{391}{100}$, кътъм пе 437 × 391 дар ачест продxкт ал нxмърьторілор требxе а се-↑мпърці прінтр'ал нxміторілор 1000, дечї ведем къ ка съ афлъм пе продxктxл а доъ нxмере зечімале, ↑мxлцім амѫндоъ кѫтъціміле пропxсе фър' а кътxта ла віргxлъ; деспърцірм пе xрмъ прінтр'о віргxлъ атѫтѣ ціфре зечімале, кѫтнxле аxавxт амѫндоі фъкторі: продxкет xл есте ачеста: 170,867. Іатъ ші алте ексемплxрї (9).

2,4542	3,7	21,32	0,04
0,0053	4,12	0,100103	0,007
7 3626	7 4	63 96	0,00028
122 710	37	2132	
0,0130 0726	148	2 132	
	15,244	2,134 195 96	

47. Пентрꙋ ꙟмпърцірѣ зечімалелор, комплінім нꙋмърꙋл прін нꙋле, ші скоатем віргꙋла (21, 6°): Ачі ꙟмпърцітꙋл ші ꙟмпърціторꙋл сѫнт ꙟммꙋлціці прін ачелаш нꙋмър, каре пре кѫт нꙋ'л скімбъ нічі де кꙋм. Фіе $\frac{8,445}{3,22}$ скрім $\frac{8,445}{3,220}$ ші ꙟмпърцім пе 8445 прін 3220; кѫтꙋл есте 2 ші ръмъшіца 2005 аша $\frac{8,445}{3,22}=2\frac{401}{644}$;

асеменѣ $\frac{49,1}{20,074}=\frac{49,100}{20,074}=\frac{49100}{20074}=2\frac{8952}{20074}$ [10].

Ачѣстъ регꙋлъ се-фаче маї сімплъ кѫнд ꙟмпърціторꙋл н'аре ціфре зечімале, ꙟмпърцім ꙟнтреџі ші фрѫнџеріле ꙟнпарте; аша $\frac{6.9345}{3}=2,3115$. Дака ꙟмпърцітꙋл аре маї мꙋлте ціфре зечімале де кѫт ꙟмпърціторꙋл, ле скоатем дін нꙋмърꙋл чел дꙋпъ ꙋрмъ кꙋ мꙋтарѣ віргꙋлі атѫтѣ трепте спре дрѣпта амѫндꙋрора, каре не адꙋче ла чѣ маї де сꙋс лꙋкраре . . . .

$$\frac{8,445}{3,22}=\frac{844,5}{322}=2+\frac{200,5}{322}.$$

7. Пεнтрȣ апроскімацiї саȣ апропієрї але періоадελор.

48. Съ ↑нсεмнъм къ грεшала карε сε-↑нтжмплъ кжнд лъсъм цiфра дупъ ȣрмъ ȣнεї фржнцεрї зεчімале, εстε атжт дε мікъ кȣ кжт фржнцεрѣ ва авѣ маї мȣлтε цiфрε: аша кжнд вом сокоті пε 0,4 ↑н локȣл лȣї 0,43, авεм $\frac{3}{100}$ грεшалъ; прεкȣм шi 0,04 лȣатъ пεнтрȣ 0,043 дъ маї пȣцiн $\frac{3}{1000}$. Адεсѣ орї сε-↑нтжмплъ ка съ лȣом 2 саȣ 3 зεчімалε шi съ лъсъм пε чεлε лалтε; къчї нȣ авεм тεмεрε дε марї грεшалε: прѣ рар авεм трεбȣінцъ маї мȣлт дε кжт 6 цiфрε зεчімалε ↑н лȣкръріле чε ле фачεм.

Дака εшітȣл ȣнεї лȣкрърї εстε 4,837123, пȣтεм ачі лȣа 4,8 саȣ 4,83 саȣ 4,837... Атȣнчї прεцȣл εстε апропіат маї пȣцiн кȣ $\frac{1}{10}$ кȣ $\frac{1}{100}$ кȣ $\frac{1}{1000}$,... нȣмаї, ка съ мікшоръм грεшала кжт сε-ва пȣтѣ, пȣнεм оȣнімεмаїмȣлт ла чѣ дȣпъ ȣрмъ дін цiфрεлε чε ам цiнȣт, кжнд ȣрмътоарѣ ковжршεщε пε 4. Ачі дар лȣъм, 4,84 шi нȣ 4,83 дін прічіна лȣї 7 карε εстε дінтр'омiε.

49. Дε мȣлтε орї сε-↑нтжмплъ ка εшітȣл ȣнεї лȣкрърї съ фiε о фржнцεрε дε нεрεдȣс комплεтітъ атȣнчї нε мȣлцȣмімім кȣ о апропієрε, ал къріа град съ ↑н фрѣ пропȣнεрі. Аша ↑н локȣл лȣї $\frac{427}{680}$, съ пȣнεм къ сε-чεрε о алтъ фржнцεрε маї сімплъ, шi карε маї пȣцiн кȣ $\frac{1}{8}$ нȣ εстε д'опотрівъ кȣ джнса. Дε ар фi кȣноскȣтε доъ фржнцεрї $\frac{5}{8}$ шi $\frac{6}{8}$, ↑нтрε карε чѣ

пропусъ съ фіє копрінсъ, ші каре авжнд 8 ла нумітор съ ну аібъ маї мултъ деосебіре де кжт ку о уніме прін нумъръторі лор, єсте ↑мведерат къ ачесте доъ фржнцері $\frac{5}{8}$ ші $\frac{6}{8}$ ар ↑мплінi ші уна ші алта пропунерѢ датъ, уна апропіатъ прін ліпсъ ші алта прін ковжршіре. Ка съ ле афлъм ↑ммулцім пе $\frac{427}{680}$ прін 8, продуктул $\frac{3416}{680}$ єсте ↑нтре 5 ші ↑нтре 6 ↑мпърцінд пе 3416 прін 680; дечі $\frac{427}{680}$ єсте ↑нтре $\frac{5}{8}$ ші $\frac{6}{8}$ каре сжнт фржнцеріле черуте: пентру къ $\frac{5}{8}$ маї мултъ деосебіре ну аре де $\frac{427}{680}$ декжт ку $\frac{2}{680}$ (11).

Съ адучем ачеста ↑н зечімале. Съ пунем къ воім а не апропіа де $\frac{4}{7}$ маї пуцін ку $\frac{1}{20}$; ↑ммулцім нумърторул 4 прін 10, кжтул 0,5 есте прецул луї $\frac{4}{7}$ апропіат маї пуцін ку $\frac{1}{10}$. Де ам фі воіт съ не апропіем маї пуцін ку $\frac{1}{100}$ ам фі ↑ммулціт 4 прін 100 пе урмъ ↑мпърцім 400 прін 7; 0,57 ар фі фост єшітул че се каутъ. Де обще, требуе съ адъогъм о нулъ ла ръмъшіца фіє-къріа ↑мпърцірі пжнъ кжнд ном авѢ ла кжт о ціфръ, каре съ фіє тот де ачеа ржнд ку градул апропієрі че се чере.

Аща авем 3,5 саў 3,57 саў 3,571 саў 3,5714..... прецуріле луї $\frac{25}{7}$ апропіате маї пуцін ку $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$,..... асеменѢ $\frac{147475}{362}$ дъ 407 пентру кжт ↑нтрег ші 141 пентру ръмъшіцъ; адъогъм о нулъ ла 141 ші ↑мпърцім 1410 прін 362, ші вем кжтул 3 ші ръмъшіца 324, пентру къ $\frac{147475}{362}=407,3$ маї пуцін ку $\frac{1}{10}$. Адъогжнд о нулъ ла 324; кжтул 8 ал луї $\frac{3240}{362}$ дъ 407,38 пентру прец апропіат

маї пуцін ку $\frac{1}{100}$ шча.

50. КꙖнд дупъ адъогарѣ оаре-кърuꙗ нъмър де нуле nу вом авѣ нічї о ръмъшіцъ, фрꙖнцерѣ есте де съвꙖршіт редусъ ꙟн зечімале; $\frac{1}{2}=0,5$; $\frac{3}{4}=0,75$; $\frac{5}{8}=0,625$; $\frac{13}{20}=0,65$. Есте лесне съ кunoащем кꙖнд поате съ nі се-ꙟнтꙖмпле ачѣста: пентру къ ꙟмпърціре непутꙖнд а се-фаче де кꙖт дупъ че вом ꙟммуаці пе нумърълорул прін 10, 100, 1 00..... требуе ка ачѣстъ путере а луї 10 съ фіе де ꙟмпърцітъ прін нумітор, де вом ꙟнкіпуі фрꙖнцерѣ де нередус (53, 4°.): шї фіінд къ ачѣстъ путере nу поате съ айбъ алцї ꙟмпърцітορї дін тꙖнсꙋ де кꙖт 2, шї 5, ведем къ о фрꙖнцере де нередус nу се-поате скімба де съвꙖршіт ꙟн зечімале, декꙖт дака нуміторул ва фі продуктул путерілор 2 шї 5 нумаї, орї кум ва фі алмінтрелѣ нъмърълорул: нумърул де зечімале есте атунчї чѣ маї маре путере а луї 2 шї 5 ꙟн нумітор (12). Дакъ ва фі $2^3.5^2$, вом авѣ треї ціфре зечімале.

51. Ꙟнчѣстъ лалтъ ꙟнтꙖмпларе nу поате о фрꙖнцере съ се арате ꙟн зечімале декꙖт прін апроксімаціе. Дар фіінд къ ръмъшіціле ꙟмпърцірілор суксесіве сꙖнт негрешіт маї мічї де кꙖт нуміторул, nу ꙟнтꙖрзіем съ маї афлъм ꙟнкъ уна дін еле каре тебуе съ дѣ тот пе ачелашї кꙖт, шї апоï пе ачеѣшї ръмъшіцъ пе каре о’ам афлат атунчї, шї аша маї ꙟн коло: фіінд къ періодічеще афлъм тот пе ачеле ціфре ꙟнтру ачелашї рꙖнд.

Прекум $\frac{2}{3}=0,666\ldots$ $\frac{3}{11}=0,27\ 27\ 27\ldots\ldots$; $\frac{38}{111}=0,342\ 342\ldots$; $\frac{4}{7}=0,571428\ 571428\ldots$ ꙟнтр'ачесте деосебіте ексемплурї періодул аре кѫте одатъ 1, 2, 3, саў 6 ціфре, ші алте орї ну ꙟнчепе декѫт дела а 2-а, саў а 3-а трѣптъ дупъ віргулъ.

Де обще фіінд къ ръмъшіціле сѫнт маї мічї де кѫт ꙟмпърціторул, ші къ періодул се-статорнічѣзъ ꙟндатъ дупъ че афлъм уна дін ръмъшіціле че пречед, требуе съ се-компуе де маї пуціне ціфре, де кѫт дупъ кѫте унімї купрінде нуміторул. Асупра ачестуї обжет везї черкъріле арітметіче але луї Гаус N°. 512, унде веі путѣ афла дестуле ші ноаъ теоремї асупра ачещії матерії.

52. Есте прѣ лесне де а вені ꙟнапої ку о фрѫнџере зечімалъ пѫнъ ла нъскътоарѣ еї: аша 0,75 скрісъ суб форма $\frac{75}{100}$ се-редуче ла $\frac{3}{4}$, дар кѫнд фрѫнџерѣ зечімалъ есте нумаї апропіатъ, проблема аре о мулціме де десдеџірї. Адікъ 0,75 . . 0,756 . . . 0,755 . . . 0,7512 . . . шча: респунд ла фрѫнџерї де доі термені каре редусе ꙟн зечімале аў 75 пентру челе дін тѫїў ціфре.

Кѫнд фрѫнџерѣ зечімалъ есте періодікъ, требуе съ бъгъм сѣма ла доъ ꙟнтѫмпърї.

1°. Дака періодул ꙟнчепе ꙟндатъ дъпъ віргулъ, прекум пентру 0,6666 . . . 0,27 27 27. . . : ꙟнсемнъм къ фрѫнџеріле $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{99}$ $\frac{1}{999}$ . . . редусе ꙟн зечімале даў 0,1111 . . . 0,010101 . . . 0,001001 . . . путем дар спре н

съ прівім пе 0,666..., ка пе продуктул ешітулуї челуї дін тжй прін 6; де унде $0,666...=6\times\frac{1}{9}=\frac{6}{9}$ саў $\frac{2}{3}$ асеменѣ ші $0,2727...=27\times 0,0101...=\frac{27}{99}$ саў $\frac{3}{11}$. Де унде урмѣзъ къ требуе а ꙟмпърці періодул прін нумърул ѻскріс ꙟн ржнд де атжтѣ орї кжте ціфре аре ачест період.

Афлъм къ $0,342\,342...=\frac{342}{999}=\frac{38}{111}$;... $0,571428\,571428...=\frac{571428}{999999}=\frac{4}{7}$; $0,036036...=\frac{36}{999}$ саў $\frac{4}{111}$.

2°. Дака періодул ну се-ꙟнчепе ꙟдатъ дупъ віргулъ кум пентру 0,58333... путем сокоті ачѣстъ фржнцере$=0,3333...+0,25$, саў $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$. Асеменѣ ... $0,21333...=0,333...-0,12$ аў $\frac{1}{3}-\frac{3}{25}=\frac{16}{75}$. Кжнд авем о фржнцере де доі термені а се-редуче ꙟн зечімале, есте прѣ лесне а преведѣ дака періодул требуе съ се-ꙟнчѣпъ ꙟдатъ дупъ віргулъ, пентру къ атунчї фржнцерѣ зечімалъ есте сума саў діференца а алтор доъ, дін каре уна аре нумітор пе нумърул 999... ші алта продуктул путерілор луї 2 ші 5. Де унде урмѣзъ къ о фржнцере де доі термені ка съ дѣ лок лукрърі че фачем, требуе ка нуміторул еї съ пріїмѣскъ ꙟнтре алці фъкторі о путере а луї 2 аў а луї 5: чѣ маї маре дінтр'ачесте путері аратъ нумърул ціфрелор че сжнт ꙟнаітѣ періодулуї.

8. Пентру оаре-каре алте фржнцері.

53. ꙟн щіінце, ꙟн мещешугурї ші ꙟн негоції се-ꙟнтребуінцѣзъ фелурї де унімі, пе каре авем требуінцъ а

де кꙋноаще шi а щi а ле ꙟтребꙋiнца ꙟн сокотѣлъ.

1°. Ꙋнiмѣ лꙋнцiмi се-нꙋмеще Метрꙋ, каре есте ꙋнꙋ дiн зече мiлiоане а аркꙋлꙋi дiн Мерiдiанꙋл Парiсꙋлꙋi, че се-ꙟтiнде дела пол пжнъ ла екꙋатор.

2. Ꙋн пътрат а кърia латꙋръ есте де зече метрꙋрi каре есте ꙋнiмѣ фъцадеi шi се-нꙋмеще Арꙋ.

3. Греотатѣ ꙋнꙋi кꙋбꙋ де апъ а кърꙋia латꙋръ есте о а сꙋтъ парте дiн метрꙋ есте ꙋнiмѣ греотъцiлор, шi се-нꙋмеще Граммꙋ (13).

4°. Кꙋбꙋл ал кърꙋia латꙋръ есте а зечѣ парте дiн метрꙋ, есте ꙋнiме де трꙋп шi се-нꙋмеще Лiтрꙋ. Се-ꙟтребꙋiнцѣзъ ꙟнкъ шi Стерꙋ, каре есте ꙋн метрꙋ кꙋб.

5°. Франкꙋл есте ꙋнiмѣ монедi; греотатѣ лꙋi есте чiнчi граме де арцiнт шi-аре а зечѣ парте аместекътꙋръ.

Дар ачесте мъсꙋрi сжнт ꙟн ꙋнеле ꙟтжмплърi прѣ мiчi саꙋ прѣ марi, пентрꙋ къ ꙟтребꙋiнцарѣ лор не поате дꙋче ла нꙋмере прѣ марi саꙋ прѣ мiчi: шi пентрꙋ ачѣста ле сокотiм сꙋбтꙟмпърцiте ꙟнтр'алте ꙋнiмi, адiкъ ꙟмпърцiм пе фiе-каре ꙟн зече пърцi шi ле нꙋмiм Дечiметрꙋ, Дечiарꙋ, Дечiграммꙋ, Дечiлiтрꙋ, Дечiмꙋ, каре сжнт а зечѣ парте дiн метрꙋ, дiн арꙋ, дiн грамꙋ дiн лiтрꙋ шi дiн франк.

Фiе-каре а зечѣ парте се-ꙟмпарте iар ꙟн зече пърцi шiча: де ꙋнде вiн зiчерiле Чентiметрꙋ, Чентiм... Мiлiметрꙋ, шча: каре наꙋ трiбꙋiнцъ де нiчi о десльшiре.

Асеменѣ дін зече метрȣрі с'а фъкȣт о ȣніме, пе каре о нȣмімў Dекаметрȣ: Dекаліттрȣ прецȣеще зече літрȣрі шча: о сȣть де метрȣрі фак ȣн Ектометрў, о сȣть де літрȣрі ȣн Ектолітрў, о сȣть де граме ȣн Ектограмў... каре есте греотатѣ де 4 бȣкъції де 5 франчі; о міе де метрȣрі фак ȣн Кілометрў; о міе де Граме ȣн Кілограмў.... зече мії де метрȣрі прецȣеск ȣн Міріаметрȣ; зече мії де граме ȣн Міріаграммў.... де ачі ведем къ 4054, 352 метрȣрі прецȣеск 4 кілометрȣрі, 5 декаметрȣрі, 4 метрȣрі, 3 дечіметрȣрі, 5 чентіметрȣрі, ші 2 міліметрȣрі, дар е маі біне а се-зече '4054 де метрȣрі ші $\frac{352}{1000}$; саў 405 декаметрȣрі, ші $\frac{4352}{10000}$ шча.

Арȣл есте ȣн декаметрȣ пътрат саў о сȣть де метȣрі пътрате; Літрȣ есте ȣн дечіметрȣ кȣб; Стерȣл есте ȣн Метрȣ кȣб; Грамȣл есте греотатѣ ȣнȣї чентіметрȣ кȣб де апь стрекȣрать прін чѣ маї маре десіме.

Ачѣста есте сістема греотъцілор ші а мъсȣрърілор; нȣміріле нȣмърърі сѫнт 5: Арў, Грамȣ, Літрў, Стерў, Франк; ші де-ѫммȣлціторе лор arътате прін адъогъріле дека, зече; екто, о сȣть; кіло, о міе; міріа зече мії; пе ȣрмъ сȣб-де-ѫмпърціторе, каре се-арът прін дечі, зече; ченті, о сȣть; мілі, о міе.

Рар се-ѫнтѫмплъ съ авем треȣіиць де тоате ȣніміле каре не даў ачесте адȣнърі; дар аналоџіа лѣ а хотърѫт кроірѣ лор, сімпла ші марѣ ідее, каре а нъскȣт ачѣ-

стъ сістемъ с'а прічінvіт дін требvінца каре ам авvт а лvа ͡ън фіре vн хотар статорнік ші дін тръ̂нсvл се-скоатем тоате мъсvріле, пентрv каре ші дака врѣ одатъ с'ар пердe, прѣ лесне с'ар афла.

Дvхvл філософеск каре а престат асvпра ачещії фрvмоасе афлърї есте вреднік де вѣкvл ностру; оамені чеї маї вестіцї аў ажvтат ла ачѣста; ͡ънтръ̂нса кvноащем ценіvл луї Лаплас, Лаграж, Монж, Деламбрv, Лежандрv, Мекан, Лефебр-Ціно, шча:... Неͅмвъцътvра ші кредінца дешартъ сінгvре нv маї пот съ тъгъдvіаскъ пріімірѣ ачестії мінvнате афлърї.

Вом фаче дар маї біне а ͡ънцелеце фолосvріле ачещії сістемї прін арътарѣ челор векї мъсvрї; вом пvтѣ жvдіка асvпра компле́тірі сокотеліілор каре еле адvк кv сіне, а прецvї воѣ каре а лор кроіре а пvс'о ͡ън регvлъ, ші але компъра кv челе дін тъ̂нсv. Есте лъ̂нгъ ачестѣ де трібvінцъ а кvноаще ачесте фелvрї де сокотелї, пентрv къ стреіні н'аў лепъдат ͡ънкъ жvгvл вечілор сістеме.

54. (Vнімѣ лvнцімеї есте стъ̂нжъ̂нvл саў котvл; стъ̂нжънvл се ͡ъмпарте ͡ън опт палме, ші фіеще каре палмъ се-сvбт-͡ънпарте ͡ън зече децете, фіеще каре децет ͡ън зече лінії. Котvл се-͡ънпарте ͡ън опт рvпї фіеще-каре де доъ жvмътъцї.)

Vнімѣ гревтъцї есте Лівра саў фvнтvл каре аре 16 Vнчії фіеще каре де къ̂те 8 Драхме, іар драхма

аре 72 Грѫȣнце гр: ȣн Скрȣпол прецȣеще кѫт 24 грѫȣнце саȣ̆ кѫт а треѧ парте дін драхмѫ. Ȣні ꙟмпарт ꙗр лівра ꙟн 2 Марче фіеще каре де кѫте 8 драхме шча:

(Noĭ пентрȣ ȣнімѣ греȣтѫцї авем Окаоа каре се-ꙟмпарте ꙟн 4 лїтре фіеще-каре де кѫте 100 драмȣрї.)

Лївра монедѫ саȣ̆ Тȣнезѣ есте ȣн прец кȣ тотȣл не хотѫрѫт каре се-ꙟмпарте ꙟн 20 Солдїї фіеще-каре де 12 Дінарї.

(Ȣнімѣ монедї ноастре есте Леȣл, де патрȣ орцї фіеще каре де 10 параλе; Параоа аре доѫ Лѣскѫї саȣ̆ треї банї.)

Ziоа се-ꙟмпарте ꙟн 24 чѣсȣрї, чѣсȣл ꙟн 60 мінȣте, шї мінȣтȣл ꙟн 60 секȣнте.

Кȣ тоате кѫ ачесте ȣнімї шї сȣбт-ꙟмпѫрцїрїле лор се-скімбѫ дȣпѫ локȣрї. Ла Ліон лівра се-ꙟмпарте ꙟн 14 ȣнчїї; аколо мѫсоарѫ стофеле кȣ о лȣнціме нȣмітѫ Лȣнѫ (каре аре 23 дещете $\frac{2}{3}$), ла Паріс кȣ верга шчл: (ла noĭ кȣ котȣл) шї аша фіеще каре царѫ саȣ̆ лок ꙟшї аре мѫсȣрїле сале.

Спре маĭ бȣнѫ ꙟнтіпѫріре noĭ ачї ашерnем сȣбт-ꙟмпѫрцїрїле де сȣс.

(Стънж: Пал: Деџе: Лінії.) Zi. Чѣс: Мінѹт: Секѹнде.

1 = 8 = 80 = 800 1 = 24 = 1440 = 86400

Лів. Мар. Ѹн. Драх. Скрѹ. Гръ. Лів. Солдії. Дінарї

1 = 2 = 16 = 128 = 384 = 9416 1 = 20 = 204

1 = 8 = 64 = 192 = 4608 1 = 12

1 = 8 = 24 = 576

1 = 3 = 72

1 = 24)

(Ока. Літре. Драмѹрї. Леѹ. Орџї. Пара. Лъс. Банї.

1 = 4 = 400 1 = 4 = 40 = 80 = 120

1 = 100 1 = 10 = 20 = 30

1 = 2 = 3)

§56. Ка съ адѹнъм саѹ съ скъдем кътъџімеле комплетіте, скімбъм пе ѹнеле сѹбт алтеле асфел ка пърџіле каре аѹ тот ачѣ нѹміре съ се-коръспѹнзъ дрепт ѹна сѹбт алта, ші лѹкръм асѹпра лор ѫнчепънд дела челе маї мічї. Дака сѹма ковъшаще нѹмърѹл ѹнімілор спре а фаче ѹна саѹ маї мѹлте ѹнімї де трѣпта маї де сѹс спре стънга, атѹнчї џінем пе ачестѣ ші прісосѹл ѫл скрім жос сѹбт ръндѹл челор адѹнаџе саѹ скъзѹте.

Ексемпларї де адѹнаре,

Стънж.	Пал.	Деџе,	Лінії.	Мар.	Ѹн.	Драх.	Грън.
154	3	7	9 $\frac{1}{2}$	15	3	6	42
123	2	8	11 $\frac{1}{3}$	217	7	7	60
132	5	10	3 $\frac{5}{6}$	41	6	5	17
0	2	7	1	4	5	6	10
310	7	4	5 $\frac{2}{3}$	280	0	1	57

Ока.	Літр.	Дра.	Леї.	Прл.	Банї	Ziле.	Чѣс.	Min.	Сек.
34	3	32	324	25	2	2	10	42	54
7	2	80	89	15	1	5	9	17	19
53	1	75	8	32	0	0	12	3	48
132	0	52	0	8	2	8	17	4	1
228	0	39	423	1	2				

Ѫn чел дін тѫнѫ ексемплу колона дін тѫнѫ а лініілор дъ 25 лінії ші $\frac{2}{3}$ саꙋ доъ деџете ші 5 лінії ші $\frac{2}{3}$ пентру къ мече лінії прецуеск уn деџет; аша дар пунем 5 $\frac{2}{3}$ ші џінем 2 пентру колона деџетелор каре дъ 24 саꙋ 2 палме ші 4 деџете шчл:

Ексемплурї де Скъдере.

Окале.	Літре.	Драм.	Стѫнж:	Палме.	Деџете	Лінії.
32	2	44	487	0	0	0
12	3	12	319	4	3	9
19	3	32	167	3	6	1

Леї.	Парале.	Банї.	Ziле.	Чѣсурї.	Мінуте.	Секунте.
349	35	1	17	11	47	5
127	8	2	13	18	55	40
222	26	2	3	16	51	25

Ведем къ дупъ че ам скъзут 12 драмурї дін 44, тречем ла літре, дар фіінд къ 2—3 нu се поате, адъогъм о ока саꙋ патру літре ші авем 6—3=3; пе урмъ адъогъм уna ла 12 пе каре требуе а'л скъдѣ дін 32 ші авем 32—13=19. Ачѣстъ лукраре есте ѫnтемеіатъ пе ачелаш прінчіп ал нумерілор ѫnтреџї.

Декарт, нъскꙋт ла 3 Апріліе 1596, а мꙋріт ла 11 Февр: 1650; Паскал нъскꙋт ла 19 Іꙋніе: 1623, а мꙋріт ла 19 Аꙋг: 1662; Нєвтон, нъскꙋт ла 15 Декем: 1642, а мꙋріт ла 18 Март: 1727; се-чере акꙋм кѫт а трьіт фіещє каре дін ачещі бърбаці.

57. Пентрꙋ ꙟммꙋлціре нꙋмерілор комплетіте, дꙋпъ прінчіпеле дате (41), лꙋкрьм деосебіт асꙋпра ꙟнтреџілор ші асꙋпра фрѫнџерілор, ші авем доъ ꙟнтѫмплърі адікъ кѫнд ꙟммꙋлціторꙋл есте сімплꙋ саꙋ комплетіт.

1-а. ꙟнтѫмпларе. Воінд чінева съ афле прецꙋл ал 17 коці ші $\frac{2}{3}$ ал ꙋнеі стофе кѫте 45 леі 12 парал: ші 2 бані котꙋл, есте ꙟнвдерат къ требꙋе а адъога ачест нꙋмър де 17 орі ші $\frac{2}{3}$, ꙟн кѫт ꙟммꙋлціторꙋл 17 $\frac{2}{3}$ ꙟнчетѣзъ де а маі аръта коці, чі се-фаче ꙋн нꙋмър Абстракт (нꙋмър абстракт се-нꙋмеще ачела каре нꙋ аратъ фелꙋл ꙋнімелор). Ка съ лꙋъм пе 45 леі, 12 прл. ші 2 бані де 17 орі, ꙟммꙋлцім маі ꙟнтѫіꙋ пе 45 леі, пе ꙋрмъ пе 12 прл. ші ꙟн сфѫршіт пе 2 бані прін 17. Чѣ дін тѫіꙋ дін ачесте лꙋкрърі нꙋ аре нічі о греꙋтате; ꙟнсъ фіінд къ ꙋн леꙋ адъогат де 17 орі дъ 17 леі, 10 прл: требꙋе съ дѣ а патра парте дін 17 леі; 2 парале іаръ требꙋе а да а 20-а парте саꙋ а 5-а парте дін продꙋктꙋл лꙋі 10 парал: пентрꙋ 2 бані вом авѣ іаръ а 3-а парте дін продꙋктꙋл лꙋі 2 парал: ꙟн сфѫршіт лꙋѫнд пе $\frac{2}{3}$ а ꙟммꙋлцітꙋлꙋі, адꙋнъм тотꙋл. Ші іатъ кіпꙋл сокотелі.

(45 л. 12 п. 2 б.
17 $\frac{2}{3}$
315 л.
450 } де 17 орї 45 леї.
4. 10 п..... Пентрꙋ 10 п, а патра парте дін 17 л.
0..34....... Пентрꙋ 2 п. а 20-а парте дін 17 леї саѹ а 5-а дін 4 леї ші 10 пра.
0..11..1 б. Пентрꙋ 2 б, а 3-а парте дін продꙋктꙋл че а дат 2 пра.
15.. 4..$\frac{2}{3}$... Пентрꙋ $\frac{1}{3}$, каре есте $\frac{1}{3}$ а ӂммꙋлціітꙋлꙋї.
15.. 4..$\frac{2}{3}$... Пентрꙋ чеѣ лалтъ $\frac{1}{3}$.
801 л. 23 п. $\frac{4}{3}$ б.)

Тот мещешꙋгꙋл ӂн фелꙋл ачеста де лꙋкраре стъ а дескомпꙋне фіеще-каре фрѫнцере ӂн алтеле каре аѹ ꙋнімѣ пентрꙋ нꙋмърътор, (че се-нꙋмеск Фрѫнцері Алікоте) каре се-редꙋче а деспърці нꙋмъръторꙋл ӂн фъкторі аї нꙋміторꙋлꙋї. Аша 19 пра. саѹ $\frac{19}{40}$ а ꙋнꙋї леѹ се-дескомпꙋне ӂн $\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$, $\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$ ші $\frac{4}{40}=\frac{1}{10}$; тревꙋе дар съ лꙋъм $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ ші $\frac{1}{10}$, дін ӂнтрегꙋл ӂммꙋлціітор, сокотіндꙋсе ка кѫнд ар фі леї. Се-поате асеменѣ съ лꙋъм $\frac{10}{40}=\frac{1}{4}$ $\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$ ші де доъ орї $\frac{2}{40}=\frac{1}{20}$. Асеменѣ пентрꙋ $\frac{7}{8}$ вом лꙋа $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$, $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$ ші $\frac{1}{8}$.

Съ ꙟнсемнъм къ дака ꙟммꙋлціторꙋл ва авѣ нꙋмаї о ціфръ, лꙋкрарѣ есте ші маї лесне ка ші ла адꙋнаре. Ꙟн ексемплꙋ дін противъ вом зіче де 7 орї 25 драмꙋрї=175 дрм:

Ведре.	Ока.	Літ.	Дрм.
57	5	3	25
7			
403	0	2	75

=1 літре ші 75 дрм'. Аша пꙋнем 75 ші ціінем 1. Асеменѣ афлъм 22 літре саꙋ 5 ока ші 2 літре, каре ле скрім ла локꙋл лор ші ціпем 5 шчл.

Ка съ ꙟммꙋлцім 28 прл: прін 483 требꙋе съ лꙋъм $\frac{28}{40}$ саꙋ $\frac{7}{10}$ дін 483 леї; дечї авем $\frac{3381}{10}$ саꙋ 338,1 саꙋ ꙟн сфжршіт 338 леї ші 4 прл. Аша дар ведем къ, ка съ ꙟммꙋлцім ꙋн нꙋмър де-ꙟмпърціт прін 4 депарале, требꙋе а лꙋа а патра парте, ші нꙋмърꙋл паралелор дін продꙋкт съ'л лꙋъм ꙟнпърціт. Пентрꙋ 16 пр. ×56, фіінд къ 56×4=224, авем 22 леї ші 16 прл; 80 де бꙋкъцї де кжте 20 парале фак 8×5=40 леї.

2-а Ꙟнтжмпларе. Съ къꙋтъм прецꙋл лꙋї 36 ока, 3 літре, 8 драмꙋрї де арџінт, кжте 754 леї, 18 прл. ші 2 банї окаоа. Маї ꙟнтжїꙋ вом лꙋа 754 леї 18 п. ші 2 банї де 36 орї ші пе ꙋрмъ де атжтѣ орї де кжте 3 літре ші 8 драмꙋрї се копрінд ꙟн ока: ꙟммꙋлціторꙋл есте абстракт ші ꙟнчетѣзъ де а маї аръта окале. Аша маї ꙟнтжїꙋ ꙟммꙋлцім пе 754 леї 18 прл: ші 2 банї нꙋмаї прін 36 дꙋпъ кꙋм маї сꙋс с'ꙋаръртат; ꙟ ꙋрмъ прін фржнцерѣ 3 літре ші 8 дра-

мурї; лужна маї ѧнтжїу пεнтру доъ літрε жумътатѢ ѧммулцітулуї ѧнтрεг 754 л. 18 п. 2 б. шча:

Дε мултε орї сε-ѧнтжмпль,ка съ ѧнлεснім сокотѢ-ла съ лулм ун продукт грεшіт, кум спрε пілдъ ла о пара ші $\frac{832}{997}$ дін сокотѢла В, путεм пунε 2 прл: ші атунчѢ грεшала ва фі ку о фоартε мікъ партε прісос.

(754 л. 18 п. 2 б.
36 ок. 3 лт. 8 др.

4524		
2262		
10п....9		
8п....7	8пр.	
2б....	22	
2лт.377	9	1 б
1лт.188	24	2
4др...7	21	2 $\frac{9}{25}$
4др...7	21	2 $\frac{9}{25}$
27741	29	1 $\frac{18}{25}$)

Іатъ ші алтε доъ Ексεмплурї

A

(823 стж: 5 плм: 7 дц:
4галб: 9 сфц: 30 прл;

	3292		
пріn 4пл:	2		
1пл:	0	7	
5дц:		3	45
1дц:			63
1дц:			63
7сфц.	411	12	56 $\frac{1}{4}$
2сфц.	117	8	70 $\frac{8}{10}$
30 прл.	19	8	54
	3843	13	81 $\frac{2}{40}$

B

345 вεдр: 7 ок: 3 лт: 50 др.
10 лεї: 25 пр: 2 банї:

	3450		
пріn 5 ок:	5		
2 ок:	2		
2 лт.			20
1 лт.			10
50 др.			5
20 пр.	172		35 $\frac{3}{4}$
5 пр.	43		8 $\frac{15}{16}$
2 б.	5		30 $\frac{35}{144}$
	3679	30	$\frac{832}{997}$)

58. Ла ѧмпърціре сѫнт асεмεнѢ доъ ѧнтжмплърї:

адікъ кѫнд кѫтѫл саѹ ↑мпърціторѹл аратъ пе ↑ммѹ-ціторъ, ші ва требѹі съ фіе сокотіт ка абстракт.

1-а. ↑нтѫмпларе. Дака ↑мпърціторѹл есте ↑ммѹлціторъ, кѫтѹл есте ↑ммѹлціт ші требѹе съ фіе де ачелаш фел де ѹнімі кѹ ↑мпърцітѹл каре аратъ пе продѹкт.

Дака ↑мпърціторѹл нѹ ва фі комплетіт, атѹнчі лѹкръм ↑н парте асѹпра фіешіі кърѹіа фел де ѹнімі але ↑мпърцітѹлѹі, ↑нчепѫнд дела чѣ маі маре. Аша ка съ ↑мпърцім 234 галбені 15 леі ші 7 прл: прін 4, лѹъм а патра парте дін 234 гал: каре есте 58. дінпреѹнъ кѹ ръмъшіца 2 галбені саѹ 63 леі; каре адѹнаці кѹ 15 леі даѹ 78 леі; а патра парте дін еі фаче 19 дін преѹнъ кѹ 2 ръмъшіца саѹ 80 прл; 80+7=87 прл, а кърѹіа а патра парте есте 21 $\frac{3}{4}$ прл, кѫтѹл дар есте 58 гал, 19 леі, ші 21 $\frac{3}{4}$ прл.

Ѹн лѹкрътор ↑н 42 де зіле а лѹат пе лѹкрѹл съѹ 151 леі 14 прл: ші 2 бані; ка съ щім чѣ че а кѫщігат ел пе фіеще каре зі ↑мпърцім 151 леі, 14 прл: ші 2 бані прін нѹмърѹл абстракт 42. ші ↑мпротівъ ведем къ рѹнтѹл сокотелііі.

(151 леі. 14 п. 2 б.	42
	3л. 24п. 1б.)

151 леі.
1000п.
14
1014
174
6
12
2
12

Дака ꙟмпърціторȣл есте комплетіт ка съ пȣтем а'л сокоті ка абстракт; маї ꙟнтѫїȣ требȣе ал фаче съ нȣ аїбъ фрѫнџерї, ші пентрȣ ачѣста ꙟммȣлцім ші пе ꙟнпърцітȣл ші пе ꙟмпърціторȣл прін нȣмърȣл каре аратъ де кѫте орї чел маї мік фел де ȣнімї ал ꙟмпърціторȣлȣї се-купрінде ꙟн чел маї маре фел. Лȣкрарѣ ачѣста нȣ ва скімба кѫтȣл (2₁, 6°) ші фіінд къ фіеще каре фел де ȣнімї а ꙟмпърціторȣлȣї ва продȣче ȣнімї ꙟнтреџї, ачест ꙟмпърцітор се-ва адȣче ла нȣмър ꙟнтрег. Аша 24 стѫнжѫнї 5 палме ші 4 деџете саȣ кȣмпърат кȣ 554 галбенї 13 сфанціхї ші 1 ½ леȣ, каре есте прецȣл фіеще кърȣїа стѫнжѫн? Фіінд къ 4 деџете саȣ $\frac{2}{5}$ дін палмъ се-купрінде де 20 орї ꙟнтр'ȣн стѫнжѫн, требȣе съ ꙟммȣлцім амѫндоъ нȣмеріле пропȣсе прін 20. Черерѣ атȣнчї се-ва адȣче 'дȣпъ кȣм ȣрмѣзъ 851 стѫнжѫнї с'аȣ кȣмпърат кȣ 11099 галбенї 7 фанціхї, ші $\frac{1}{3}$ дін сфанц, каре есте прецȣл ȣнȣї стѫнжѫн? ꙟмпърцірѣ ва да 13 галбенї ші $\frac{939}{851}$ де а треіа парте дін сфанц: адікъ 33... парале.

Асеменѣ ка съ ꙟмпърцім пе 806 леї о пара: ші 2 банї прін 17 $\frac{2}{3}$, требȣе съ ꙟмȣлцім прін 3 ші авем 2418 леї ші 2 парале а се-ꙟмпърці прін 53. Дака ꙟмпърціторȣл ва фі 3 ока 3 літре ші 50 драмȣрї, атȣнчї ꙟммȣлцім прін 8, къчї 50 драмȣрї есте о жȣмътате дін літръ каре се-купрінде де 8 орї ꙟн ока. шчл.

2-а, ꙟнтѫмпларе. Дака ꙟмпърціторȣл есте ꙟммȣлціт, атȣнчї требȣе ел съ фіе де ачеѣші натȣръ кȣ

ꙟмпърціта, ші кѫтꙋл ва фі абстракт. Се поате а нꙋ авѣ фрѫнцері атѫт ла ꙟмпърціт кѫт ші ла ꙟмпърцітор дꙋпъ кіпꙋл че акꙋм се-ва арѫта. Спре пілдъ ка съ ꙟмпърцім пе 394 леі, 14 пра ші 2 бані $\frac{1}{2}$ пріn 37 леі, 15 пара ші 1 бан, ꙟмꙋлцім пе амѫндоъ нꙋмеріле ачестѣ пріn 40 X 3 X 2 саꙋ 240 пентрꙋ къ жꙋмътатѣ де бан се-копрінде де 240 ꙟнтр'ꙋн леꙋ. Аша дар ва требꙋі съ ꙟмпърцім пе 82549 пріn 8912, каре ва да $9\frac{2341}{8912}$.

59. Поате чінева съ адꙋкъ о фрѫнцере ꙟn нꙋмър комплетіт де ва ꙟмпърці пе нꙋмърѫторꙋл пріn нꙋмітор. Аша ка съ авем $\frac{5}{8}$ діn леꙋ ꙟмпърцім пе 5 леі адікъ 200 пра. пріn 8 ші афлъм 25 пра. ла $\frac{5}{7}$ діn ока ꙟмпърцім 50 ока саꙋ 20 літре пріn 7 ші авем 2 літре 85 ші $\frac{5}{7}$.

Діn протівъ ка съ ꙟnтоарчем ꙋn нꙋмър комплетіт ꙟn фрѫнцере де доі термені, требꙋе а'л адꙋче ꙟnтрꙋ чел маі мік ал съꙋ фел де ꙋnімі. Адікъ 2 літре 85 др: ші $\frac{5}{7}$ прецꙋеще кѫт 285 дрм, ші $\frac{5}{7}$ саꙋ $\frac{2000}{7}$ де драмꙋрі, ші фііnд къ окаоа аре 400 драмꙋрі, ꙟмпърцім пріn 400 ші авем $\frac{2000}{2800}$ саꙋ $\frac{5}{7}$ діn ока.

Ка съ прецꙋім ꙟn парале ші бані фрѫнцерѣ 0,715 діn леꙋ ꙟммꙋлцім пріn 40 ші авем 28, 6 пара: асеменѣ ꙟммꙋлціnд ші пе 0,6 пріn 3, авем 1,8 бані аша дар .... 0,715л. = 28 пр: ші 1,8 бані.

Ꙋn нꙋмър комплетіт се-поате редꙋче ꙟn зечімале ꙟnторкѫndꙋ'л маі ꙟnтѫіꙋ ꙟn фрѫнцере де доі термені.

КАП III

ПЕNТРȣ ПȣТЕРЇ ШІ ПЕNТРȣ РЪДЪЧІNЇ

---

1. Формарѣ Путерілор.

60. Ꙟммȣлцінд ȣн нȣмъръ прін ел ꙟнсȣшї 1, 2, 3,... орї, афлъм пȣтеріле 2, 3, 4 ....

-а.	2-а.	3-а.	4-а.	5-а.	6-а.	7-а.	8-а.	9-а.
[illegible]	4	8	16	32	64	128	256	512
[illegible]	9	27	81	243	729	2187	6561	19683
[illegible]	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144
[illegible]	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125
[illegible]	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696
[illegible]	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801	40353607
[illegible]	64	512	4096	32768	262144	2097152	16777216	134217728
[illegible]	81	729	6561	59049	531441	4782969	43046721	387420489

Пътратȣл лȣї $\frac{3}{5}$ есте $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$; Кȣбȣл есте $\frac{27}{125}$;... де ȣнде ȣрмѣзъ къ пȣтем форма орї че пȣтере а ȣнеї фрꙟнцерї ардікꙟнд амꙟндої термені ла ачѣстъ пȣтере.

2. Скоатерѣ аръдъчінілор пътрате.

61. Пътратȣл ȣнȣї нȣмъръ де доъ ціфре, прекȣм 35, се-формѣзъ дін ꙟммȣлцірѣ лȣї 35. прін 35, лȣ-

кръ че чере патрѹ продѹктѹрі ꙟн парте; 1° 5×5 саѹ пътратѹл ѹнімілор; 2° 30×5 саѹ продѹктѹл зечімілор пріn ѹнімі; 3° ꙟнкъ одатъ 30×5; 4° 30×30 саѹ пътратѹл зечімілор; де ѹnде ѹрмѣзъ къ пътратѹл ѹнѹї нѹмър де доъ ціфре есте формат дін пътратѹл зечімілор, дін продѹктѹл де доъ орї ал зечімілор пріn ѹнімі, ші ꙟн сфжршіт дін пътратѹл ѹнімілор. Аша $35^2=900+300+25=1225$.

Ка съ се-ꙟммѹлцѣскъ $7+5$ пріn $7+5$, ꙟмѹлцім маї ꙟнтжїѹ $7+5$ пріn 7 пе ѹрмъ пріn 5, каре ꙟнтжїѹ не дъ $7^2+7\times5$, ші пе ѹрмъ $7\times5+5^2$. Ка съ фачем дар пътратѹл лѹї $7+5$ нѹ е дестѹл а ꙟмпътра пе 7 ші 5, чі требѹе ꙟнкъ съ маї адъогъм ші пе продѹктѹл лѹї 7 пріn 5 ꙟндоіт; ші аша авем $49+25+2\times35$ саѹ $144=12^2$. Де ѹnде ѹрмѣзъ къ пътратѹл фіе-къръіа нѹмър компѹс дін доъ пърцї, се-формѣзъ дін пътрателе фіе-къріа адъогжнд ші продѹктѹл лор ꙟндоіт. (Везї. 97, 1°.)

62. Пътрателе лѹї 10, 100, 1000,... ѥсжнт 10, 10 000, 1 000 000... де ѹnде се веде къ тоате нѹмеріле де доъ ціфре фіінд ꙟнтре 10 ші 100, аѹ пътратѹл лор ꙟнтре 100 ші 10 000, адікъ компѹс де 3 аѹ 4 ціфре: каре ва съ зікъ къ орї че нѹмър де доъ ціфре, аре пътратѹл де 3 аѹ 4 ціфре. шчл: ші де обще пътратѹл аре ціфреле ръдъчіні ꙟндоіте, саѹ ꙟндоіте маї пѹцін ѹна.

Nꙋмер'ле де 1 саꙋ 2 ціфре аꙋ ръдъчініле лор пътрате ꙟн таблеле дін § 13 ші 60; іар пентрꙋ челе лалте нꙋмере требꙋе съ деосібім доъ ꙟнтѫмплърі.

1°. Дака нꙋмърꙋл пропꙋс прекꙋм 784 аре 3 саꙋ 4, ціфре, ръдъчіна лꙋі аре доъ; ші 784 есте компꙋс дін пътратꙋл зечімілор, дінтр'ал ꙋнімілор ші дін продꙋктꙋл ꙟндоіт ал зечімілор прін ꙋнімі. Деч чѣ дін тѫѭ дінтр'ачесте пърці се-формѣзъ де вом адъога доъ нꙋле пътратꙋлꙋі ціфрі зечімілор (16); де ꙋнде ꙋрмѣзъ къ ачест пътрат ꙟн адꙋнаре требꙋе съ іа трѣпта сꙋтімілор. Деспърцінд челе доъ ціфре 84, 7 копрінде пътратꙋл ціфрі зечімілор че се-сокотеск ка ніще сімпле ꙋнімі: копрінде ꙟнкъ ші сꙋтіміле продꙋсе прін челе лалте пърці але пътратꙋлꙋі.

Лꙋъм ръдъчіна челꙋі маі маре пътрат 4 че се-копрінде ꙟн 7, ші фіінд къ 7 есте ꙟнтре пътрателе лꙋі 2 ші 3 есте ші нꙋмърꙋл пропꙋс 784 ꙟнтре 20^2 ші 30^2, аша ръдъчіна есте ꙟнтре 20 ші 30 ші авем 2 пентрꙋ ціфра зечімілор.

Скоцѫнд 4 дін 7 ръмъшіца 3 есте ачѣ че ам цінꙋт нъскꙋтъ дін пътратꙋл ꙋнімілор ші дін зечіміле ꙟндоіте ꙟммꙋлціте прін ꙋнімі; деч 384 есте компꙋс дінтр'ачесте доъ пърці.

Ачест дꙋпъ ꙋрмъ продꙋкт се-формѣзъ ꙟммꙋлцінд прін ꙋнімі ціфра зечімілор ꙟндоітъ ші пꙋінд о нꙋлъ спре дрѣпта; аша ꙟн адꙋнаре ачест продꙋкт есте ꙟн трѣпта зечімілор, ші копрінс ꙟн 38, деспърцінд ці-

фра 4 а ѹнімілор: 38 копрінде ꙟнкъ ші зечіміле продѹсе прін пътратѹл ѹнімілор ші ачелѢ каре фак пе 784 съ нѹ фіе ѹн пътрат ексакт. Дака ачесте зечімі ар фі фост кѹноскѹте, скоцѫндѹле дін 38, ръмъшіца ꙟмпърціть прін 4 ꙟндоіта ціфръ а зечімілор, ар фі дат ѹніміле. Съ ꙟмпърцім дар пъ 38 прін 4, ꙟмпърцітѹл ачі есте маі маре де кѫт ачела каре ар тревѹі съ'л ꙟнтребѹінцъм, ші кѫтѹл поате съ фіе ꙟпрѢ маре дар есте лесне съ'л ꙟндрептъм.

Пентрѹ къ, дакаі кѫтѹл $\frac{38}{4}$ саѹ 9 ꙟн нѹмър ꙟнтрег аратъ ꙟнфіінцъ ѹніміле, пѹінд 9 лѫнгъ ꙟндоітѹл 4 ал ціфрі зечімілор, 49 ва фі зечіміле ꙟндоіте алъогате ѹнімілор; ші 49×9 ва фі ꙟндоітѹл продѹкт ал зечімілор прін ѹнімі, маі мѹлт пътратѹл ѹнімілор; дечі 49×9=441 каре есте > 384; де ѹнде ѹрмѢзъ къ 9 есте прѢ маре; черкъм дар 8 тот кѹ ачест міжлок; ші фіінд къ 48×8=384, каре ретрас дін ръмъшіцъ дъ 0, ведем къ 784 есте пътратѹл ексакт ал лѹі 28. Пѹсеръм ачі ексемплѹ сокотелі, пре кѹм ші а лѹі $\sqrt{2735}$ каре есте 52 кѹ ръмъшіца 31; пентрѹ къ 52 есте ръдъчіна челѹі маі маре пътрат че се копрінде ꙟн 2735. Афлъм ꙟнкъ ші пе $\sqrt{121}=11$.

7.84	28	
38.4	49	48
384	9	9
0	1	384 44

27.35	52
2'35	102
204	2
31	204

1.21	11
2.1	21
21	1
0	21

2°. Кȣвѫнтȣл есте тот ачела ші кѫнд пътратȣл аре май мȣлт де кѫт 4 ціфре; пентрȣ къ атȣнчй кȣ тоате къ ръдъчіна аре май мȣлт де кѫт доъ ціфре, дар ші аша о пȣтем сокоті компȣсъ де зечімй ші де ȣнімй; 523 аре 52 зечімй ші 3 ȣнімй.

Аша пентрȣ 273 529 а-семенѣ вом авѣ пътратȣл зечімілор, сокотіте ка ніще сімпле ȣнімй, копрінс ꙟн 2735, ші вом ведѣ къ ръ-дъчіна ачелȣй май маре пъ-трат че се-копрінде ꙟн 2735 дъ зечіміле.

27.35.29	523	
23.5	102	1043
204	2	3
312.9	204	3129
3129		
0		

Ꙟн ексемплȣ де сȣс афлъм ръдъчінъ 52 ші ръмъшіцъ 31 ші коборѫнд 29 лѫнгъ 31 авем, 3129 пентрȣ ꙟндоітȣл продȣкт ал зечімілор прін ȣнімй май мȣлт пътратȣл ȣнімілор; скоцѫнд ціфра 9 ꙟмпърцім пе 312 прін 104 каре есте зечіміле 52 ꙟндоіте, ші авем ȣніміле ръдъчінії, сау ȣн нȣмър май маре.

Ꙟн сфѫршіт пȣінд пе кѫтȣл 3 спре дрѣпта лȣй 104 ші ꙟммȣлцінд 1043 прін 3, скоатем продȣктȣл 3129 дін ръмъшіцъ, ші аша афлъм къ 523 есть ръдъчіна черȣтъ.

Дȣпъ міжлокȣл ачеста лȣкръм асȣпра орй кърȣй нȣмър адікъ ведем къ требȣе съ'л деспърцім ꙟндеспърцірй де доъ ціфре ꙟнчепѫнд дела дрѣпта, ші ва ръмѫнѣ нȣмай о ціфръ ꙟн деспърцірѣ дȣпъ ȣрмъ дака нȣмърȣл ціфрелор ва фі фъръ соц. Фіе каре деспърціре дъ о ціфръ ръдъчіні, лȣкрѫнд асȣпра фіекърія дȣпъ кȣм зісеръм.

Пунем ачі			
ꙟнкъ ун ек-	11.1 1.0 8.8 8.8 9	33 333	
семплу. Маі	2 1.1	63	663
путем ꙟнкъ	1 8 9	3	3
съ не ексер-	2 2 0.8	189	1989
сім ші асу-	1 9 8 0	6663	66 663
пра ачестор	2 1 9 8.8	3	3
урмътоаре.	1 9 9 8 9	19 989	199 989
$\sqrt{7\,283\,291}$	9 9 9 8.9		
$\sqrt{54\,000\,000}$	0		
$\sqrt{3\,179\,421}$			

63. Нумім нумере Комъсуравіле сау Раціонале орі (зісе) ачелѣ каре ау о комунъ мъсуръ ку унімѣ прекум есте $\frac{2}{5}$, пентру къ а 5-а парте а унімі се-копрінде ꙟн 1 де 5 орі ші де 2 орі ꙟн $\frac{2}{5}$. Дар $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$, ... сꙟнт нераціонале сау незісе, прекум ші ръдъчіна фіе къруіа нумър ꙟнтрег каре ну поате фі пътратул ексакт ал унуі нумър ꙟнтрег; адікъ $\sqrt{7}$ ну поате десъвꙟршіт съ се-арате прінтр'ун нумър фрꙟнцерос, пентру къ дака се поате, фіе $\sqrt{7}=\frac{13}{5}$, ардікꙟнд ла пътрат, ам авѣ $7=\frac{169}{25}$, каре есте абсурд, пентру къ фрꙟнцерѣ $\frac{169}{25}$ есте ꙟнведерат де-нередус фіінд ші $\frac{13}{5}$ (33 5°).

$\sqrt{7}$ каде ꙟнтре 2 ші 3; дар есте лесне а ведѣ къ $\sqrt{7}$ каде асеменѣ ші ꙟнтре 2 ші $2\frac{3}{4}$, де унде урмѣзъ къ $2\frac{3}{4}$ маі мулт се-апропіе де $\sqrt{7}$, де кꙟт 3. Се-поате ꙟнкъ съ кі се-пропуе а не апропіа де $\sqrt{7}$ асфелу ка деосебірѣ

съ фіє маї пуцін ку $\frac{1}{5}$, каре ва съ зікъ къ се-чере доъ фрæнцері прекум $\frac{13}{5}$ ші $\frac{14}{5}$ ші каре съ аібъ 5 пентру нумітор, а кърор нумърторі ку уна съ аібъ деосебіре ші а кърор пътрате копрінд ꙟнтре еле пе 7. Ачѣстъ дефініціе служаще ла парадоксул ачеста ка съ не апропієм де 7 кæт вом воі, ку тоате къ ачѣстъ ръдъчінъ ну се-поате афла. Съ ꙟммулцім прін 5 фрæнцеріле черуте ші нумърул $\sqrt{7}$, $5\sqrt{7}$ ва фі ꙟнтре нумърторі некуноскуції; съ ардікъм ла пътрат, 25×7 саў 175 се-ва копрінде ꙟнтре пътрателе нумърторі-лор каре негрешіт вор фі нумеріле ꙟнтреції прін коваршіре, ші прін ліпсъ а луї $\sqrt{175}$, іафлъм 13 ші 14; $\frac{13}{5}$ ші $\frac{14}{5}$ сæнт дар фрæнцеріле черуте.

Асеменѣ ка съ авем $\sqrt{(3\frac{5}{7})}$ маї пуцін ку $\frac{1}{11}$ требуе съ ꙟммулцім пе $3\frac{5}{7}$ прін пътратул луї 11, каре не дъ $3\frac{5}{7}\times121$ саў $449\frac{3}{7}$; пе урмъ съ скоатем $\sqrt{449\frac{3}{7}}$ ꙟн нумър ꙟнтрег саў $\sqrt{449}$, ші авем 21; де унде се-веде къ $\sqrt{3\frac{5}{7}}$ се-копрінде ꙟнтре $\frac{21}{11}$ ші $\frac{22}{11}$ саў 2. Де обще ка съ скоатем ръдъчіна унуї нумър прін апроксімаціе ꙟл ꙟммулцім прін пътратул нумърулуї дат, ръдъчіна ачестуї продукт ꙟн нумър ꙟнтрег, ва фі нумърторул черут.

64. Де воім съ не апропієм прін ажуторул зечімалелор адікъ маї пуцін ку $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ шчл: требуе съ ꙟммулцім нумърул ку 10^2, 100^2, ... адікъ съ адъогъм

2, 4,... нуле дака есте ꙟнтрег, саў съ мутъм віргула ку 2, 4,... трепте спре дрѣпта', дака купрінде ші зечімале. Скоатем пе урмъ ръдъчіна ꙟн нумър ꙟнтрег ші апої пунем віргула унде се-кувіне. Аша $\sqrt{0,3}$ маї пуцін ку $\frac{1}{100}$ се-афлъ мутѫнд віргула ку 4 трепте ші фіінд къ $\sqrt{3000}=54$, авем $\sqrt{0,3}=0,54$.

Асеменѣ $\sqrt{5,7}$ маї пуцін ку $\frac{1}{100}$, есте $=\frac{\sqrt{57000}}{500}$ саў 2,38. съ сокотім ачі $\sqrt{321}$ ші $\sqrt{2}$. Есте ꙟнведерат къ ла 1-а лукраре ꙟн лок де а пуне ачеле 'доъ нуле ла 321, путем съ ле адъогъм нумаї ла ръмъшіца 32; асеменѣ де воіам доъ ціфре зечімале, требуіа а пуне патру нуле дупъ 321 адікъ съ маї адъогъм ꙟнкъ доъ нуле ші ла ръмъшіца а доа 59. Ведем дар къ есте маї біне съ пунем нулеле кѫте доъ доъ дупъ фіе каре ръмъшіцъ пѫнъ кѫнд вом вені ла апроксімаціа че се-чере.

```
3.2 1.0 0  { 17,9
2 2.1      {  2 7      349
1 8 9         7          9
3 2 0.0    11 8 9     3141
3 1 4 1
    5 9 шчл:

2          { 1,41421.
10.0       {  24   281
 40.0      {  2824 28282
 11 90.0
    60 40.0
     3 83 60.0
     1 00 75 9
```

65. Дупъ міжлокул ку каре се-фаче пътратул унеї фрѫнцерї (60) ведем къ ръдъчіна унеї фрѫнцерї се-афлъ де вом скоате ꙟнпарте пе а

фіє кърѹıа дін термєні єї; . . . .

$$\sqrt{\tfrac{4}{9}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\tfrac{2}{3}.$$

Дар кѫнд фрѫнцєрѣ єстє нєраціоналъ, атѹнчї нє депъртъм де ѫндоіта апроксімаціє, фъкѫнд пе ѹнѹл дін термєнї ѹн пътратат єксакт, дін каре алєцєм маї біне пе нѹміторѹл, пентрѹ къ аратъ нѹмърѹл пърцілор че се-купрінд ѫн ѹніме. Ѫммѹлцім дар амѫндоï термєні фрѫнцєрі прін нѹміторѹл єї, шіпе ѹрмъ скоатєм ръдъчіна фіє кърѹıа... $\sqrt{\tfrac{3}{7}}=\sqrt{\frac{21}{7^2}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$, дечї $\sqrt{21}=4,582$, акърѹıа а 7-а партє єстє $0,654=\sqrt{\tfrac{3}{7}}$.

Асємєнѣ $\sqrt{\left(3\frac{5}{7}\right)}=\sqrt{\frac{26}{7}}\sqrt{\frac{182}{7^2}}$; ші фіінд къ $\sqrt{182}=13,4907$ авєм ѫн сфѫршіт $\sqrt{\left(3\frac{5}{7}\right)}=1,9272$

Де обще кѫнд сокотім о кѫтъціме нєраціоналъ, тот д'а ѹна требѹє съ сѹбт-ѫнцєлєцєм къ кѹвінтєле сѫнт статорнічіте асѹпра прецѹлѹї апропіıат де ачѣстъ кѫтъціме; лѹкръм дар асѹпра ачестора ка ші кѹ нѹмірілє фрѫнцєроасе. Аша,

1° Лєснє ѫнцєлєцєм че ѫнсємнѣзъ $4\sqrt{7}$.

2°. $4\times\sqrt{7}=\sqrt{7}\times4=\sqrt{(4^2\times7)}=\sqrt{112}$.

3°. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{(2\times3)}=\sqrt{6}$.

4°. Пꙋтем съ ꙟммꙋлцім амѫндоі термені ꙋнеі фрѫнџері нераціонале тот пріn ачелаш нꙋмър; ....

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{5}}{3\sqrt{7}} = \ldots$$

66. Съвѫршім кꙋ маі мꙋлте ꙟнсемнърі:

1°. Тот дaꙋна требꙋе съ адꙋчем нꙋмеріле ꙟнтр'ачест кіп ка ла сокотѣла страџері съ не дѣ ꙟнтреџі.

2°. Nꙋмърꙋл зечімалелор ꙋнꙋі пътрат тот даꙋна есте кꙋ соц ші ꙟндоіт де кѫт ал ръдъчіні: требꙋе съ адъогъм нꙋле саꙋ съ скоатем зечімале ка ачѣсть лꙋкраре съ се ꙟмпліnѣскъ ꙟн тоате ꙟнтѫмпларіле.

3°. Фіе каре деспърціре непꙋтѫнд да маі мꙋлт де кѫт о ціфръ, нꙋ пꙋтем де одатъ маі мꙋлт де кѫт 9 съ пꙋнем ла ръдъчінъ.

4°. Дѫндꙋнісе пътратꙋл ꙋнꙋі нꙋмър прекꙋм ал лꙋі 18 касъ афлъм пе ал ꙋрмъторꙋлꙋі 19, фіінд къ .... $19 = 18 + 1$, пътратꙋл есте $18^2 + 2 \times 18 + 1$, (61); де ꙋнде ꙋрмѣзъ къ требꙋе съ адъогъм 37 ла 324 пътратꙋл лꙋі 18, ші авем $361 = 19^2$, Де обще, кѫнд авем пътратꙋл ꙋнꙋі нꙋмър, адъогѫндꙋі 1 маі мꙋлт ꙟндоітꙋл ал ачестꙋі нꙋмър, авем пътратꙋл нꙋмърꙋлꙋі ꙋрмътор. Ꙋрмѣзъ де аічі къ фіе каре деспърціре нꙋ поате съ дѣ о ръмъшіцъ маі маре де кѫт ꙟндоітꙋл ръдъчіні афлате; пентрꙋ къ атꙋнчі требꙋе съ маі пꙋнем о ꙋніме маі мꙋлт ла ръдъчіна афлатъ.

3. Екстракціє де Ръдъчінї Кубіче.

67. Маї наінте де а скоате ръдъчіна кубікъ тре-бує съ арътъм міжлокул ку каре се-формѣзъ ку-бул, каре есте продуктул унуї нумър прін пътратул съў. Де вом сокоті пе ачест нумър деспърціт ѫн доъ пърцї, ам възут (61) къ пътратул есте компус дін пътратул челиї дін тѫю, дін пътратул челиї д'а доілѣ, ші дін продуктул лор ѫндоіт: адікъ кубул есте сістема ачестор треї кѫтъцімї, каре требуе съ се-ѫммулцѣскъ прін амѫндоъ пърціле нумърулуї дат. Дечї ѫммулціндуле маї ѫнтѫю прін чѣ дін тѫю, авем.

1°. Кубул пърці чеї дін тѫю.

2°. Продуктул пътратулуї челиї д'а доілѣ прін чѣ дін тѫю.

3°. Де 2 орї продуктул пътратулуї челиї дін тѫю прін чѣ д'а доа.

Асеменѣ ѫммулцінд пътратул ші прін а доа парте а нумърулуї дат афлъм.

1°. Пътратул челиї дін тѫю ѫммулціт прін чѣ д'а доа

2°. Кубул челиї д'а доа.

3°. Де 2 орї продуктул пътратулуї челиї д'а доа прін чѣ дін тѫю.

Уніnд ачесте шасе пърцї ведем къ кубул а орї кърува нумър де доъ пърцї се компуне де патру

(везі. N°. 97 2°.); адікъ 1°. дін кубул челії дін тжнў, 2°. де 3 орї пътратул челії дін тжнў ӂмулціт прін чѢ д'адоа, 3°. де 3 орї продуктул пътратулуї челії де адоіле прін чѢ дін тжнў, 4°. дін кубул челії д'адоілѢ.

Аша $(7+5)^3 = 7^3 + 3.7^2.5 + 3.5^2.7 + 5^3$; аў $12^3 = 343 + 735 + 525 + 125 = 1728$.

Де унде урмѢзъ къ кубул фіе къруіа нумър компус дін зечімї ші дін унімї се-формѢзъ дін кубул зечімілор, де треї орї пътратул зечімілор ӂмулціт прін унімї, де треї орї пътратул унімілор прін зечімї, ші ӂнсфжршіт дін кубул унімілор.

63. Арътъм ачі ка ші маї наінте (62) къ кубул унуї нумър аре ціфреле ръдъчіні ӂнтреіте, орї ӂнтреіте маї пуцін 1 саў маї пуцін 2.

Ръдъчініле нумерілор < 1000, фіінд къ ну аў маї мулт декжт о ціфръ, ле путем афла ӂн табла дела (60); іар черчетарѢ челор лалте нумере о вом деспърці ӂн доъ ӂнтжмплърї.

1-а. Дака ръдъчіна ну аре маї мулт декжт доъ ціфре, кубул требуе съ аібъ 4, 5, саў 6; прекум есте нумърул 21952. Ка съ афлъм ръдъчіна требуе съ ӂнсемнъм, къ кубул зечімілор че се-чер се-формѢзъ ӂнкубжнд ціфра зечімілор ші пуінд треї нуле спре

дрѣпта (17). Деспърцінд дар челе треї дупъ урмъ ціфре 952 а нумъруауї пропус, 21 купрінде кубул ціфрі зечімілор сокотіте ка ніще сімпле унімї ші ѫнкъ ші міїле каре провін дела челелалте пърції. Чел маї маре куб че се-купрінде ѫн 21 есте 8, а кърѹіа ръдъчінъ есте 2, каре есте ціфра зечімілор: къчї, пентру къ 21952 есте $> 20^3$ саў 8000, ші $< 30^3$ саў 27000, ръдъчіна че се-чере есте ѫнтре 20^3 ші 30^3.

Съ скоатем 8 дін 21, ръмѫне 13952 каре купрінде пре челе алалте треї пърції але кубулуї: дечї продуктул де 3 орї ал пътратулуї зечімілор прін унімї се-формѣзъ ѫммулцінд пе 4 ѫнтреїт саў 12 прін унімї, ші пуінд ѫнкъ ші доъ нуле спре дрѣпта: аша съ деспърцім челе доъ ціфре дупъ урмъ 52, 139 ва купрінде де 12 орї уніміле, ші сутіміле продусе прін челе алалте пърції але кубулуї. Ѫмпърцінд 139 прін 12 кѫтул ва фі неґрешіт унімілє, саў ун нумър прѣ маре: ші фіінд къ ачѣстъ ціфръ ну поате съ трѣкъ престе 9, луъм 9 пентру кѫтул луї $\frac{139}{12}$.

Ръмѫне акум съ черкъм дака 9 есте маї маре декѫт унімілє. Пентру ачѣста субт 1200, каре есте ѫнтреітул пътратулуї зечімілор, пунем ѫнтреітул продуктулуї зечімілор прін 9 саў 3.20.9=540; пе урмъ пътратул луї 9 саў 81, ші ѫммулцім сума 1821 прін 9 Дака ціфра унімілор ва фі 9, продуктул ар требуї съ фіе д'опотрівъ ку ръмъшіца саў маї мікъ декѫт дѫнса, пентру къ ку л іжлокул ачеста фачем пе кѫте треї пърціле каре купрінде

ачѢстъ ръмьшіцъ. Ачест продукт коважршаще пе 13952; де унде съ-веде къ унімілє сжнт < 9. Черкъм асемелѢ пе 8, ші фъкжнд тот ачѢ провъ, афлъм ку скумпъгате пе 13952; ші аша ведем къ 28 есте ръдъчіна кубікъ ексактъ а луї 21952.

21.952	
8	
13 9.52	
13 6 52	
0	

28	Ръдъчінъ
12	12
54	48
81	64
1821	1744
9	8
16389	13952

2-а. Дака ръдъчіна аре маї мулт де кжт 2 ціфре, кум пентру нумърул 12 305 472 000, авем кувінтеле тот челе дін наінте (62, 2°.). Адікъ ведем къ требуе 1°. съ деспърцім нумърул ꙟн деспърцірї де треї ціфре ꙟнчепжнд дела дрѢпта.

2°. Съ скоатем ръдъчіна кубікъ дін чѢ дупъ урмъ деспърціре 12; каре ест 2 ші каре есте ціфра міілор ръдъчіні: скоцжнд дін 12 кубул 8 ал міілор, ръмжне 4.

3°. Съ коборжм лжнгъ ръмъшіца 4 деспърцірѢ урмътоаре 305, дін каре деспърцім доъ ціфре 05, ші съ ꙟмпърцім пе 43 прін 12, ꙟнтреітул пътрат ал ціфрі афлаге. Кжтул 3 требуе съ се-черче дупъ кум зісеръм, ші ведем къ сутеле сжнт 3 ші ръмъшжца 138.

4°. Съ коборжм лжнгъ ачѢстъ ръмъшіцъ деспърцірѢ 472, дін каре деспърцім асеменѢ 72; ші съ ꙟмпърцім пе 1384 прін 1587 ꙟнтреітул пътрат ал луї 23.

Ші аша маї ꙟнколо. Іатъ тіпȣл сокотелі.

12 3 05.4 72.000	2308	Ръдъчінъ.
4 3.05	12	15 870 0
4 1 67	18	55 20
1 38 4.72	9	64
1 38 4 72 0.00	1389	15 925 264
1 27 4 02 1 12	3	8
Ръмъшіцъ.. 11 0 69 8 88	4167	127 402 112

69. Арътъм ачі асеменѣ ка ші маї наінте къ,

1°. Ръдъчіна кȣбікъ ȣнеї фрꙟнцері се-афлъ де вом скоате пе а фіе къруіа дін термені еї; де вор фі нераціоналї, адȣчем пе нȣміторȣл (65) ꙟн кȣб ексакт, ꙟммȣлцінд пе фіе каре термен прін пътратȣл нȣміторȣлȣї. $\sqrt[3]{\frac{5}{7}}=\sqrt[3]{\frac{5.49}{7^3}}=\frac{1}{7}\sqrt[3]{245}$.

2°. Кꙟнд ȣн нȣмър ꙟнтрег нȣ аре ръдъчінъ кȣбікъ ꙟнтрѣгъ, атȣнчї еа нȣ поате фі нічї фрꙟнцероасъ (33,5°.): дар пȣтем съ не апропіем нехотърꙟт. Ка съ афлъм $\sqrt[3]{3}$ маї пȣцін кȣ $\frac{1}{4}$, ꙟммȣлцім пе 3 прін кȣбȣл лȣї 4, ші авем 3.64 саȣ 192, а къруіа ръдъчінъ кȣбікъ ꙟн нȣмър ꙟнтрег есте 5, дечї $\frac{5}{4}$ есте нȣмърȣл че се-чере, ші $\sqrt[3]{3}$ каде ꙟнтре $\frac{5}{4}$ ші $\frac{6}{4}$. Асеменѣ пентрȣ $\sqrt[3]{3\frac{5}{7}}$ маї пȣцін кȣ $\frac{1}{11}$; авем . . . . . . $3\frac{5}{7}\times 11^3=4943\frac{5}{7}$, ші ръдъчіна есте 17; дечї $\frac{17}{11}$ есте апропіат де $\sqrt[3]{3\frac{5}{7}}$ маї пȣцін кȣ $\frac{1}{11}$.

3°. Ка съ не апропіем прін ажȣторȣл зечімалелор, мȣтъм віргȣла де атꙟтѣ орї кȣ треї трепте, дȣпъ кꙟ-

тє ціфрє зєчімалє воїм ла ръдъчінъ: пєнтрꙋ карє адъогъм ꙋн нꙋмър кꙋвіінчос дє нꙋлє дє ва фі дє трєбꙋінцъ. Аша ка съ авєм $\sqrt[3]{0,3}$ маї пꙋцін кꙋ $\frac{1}{100}$, лꙋъм $\sqrt[3]{300\,000}$ карє єстє 67, дє ꙋндє $\sqrt[3]{0,3}=0,67$. Асємєнѣ $\sqrt[3]{5,7}$ маї пꙋцін кꙋ $\frac{1}{10}$ сє-афлъ лꙋжнд.... $\sqrt[3]{5700}$ карє єстє 18 ші авєм 1,8. Ꙟн сфжршіт... $\sqrt[3]{3,2178}$ маї пꙋцін кꙋ $\frac{1}{10}$ єстє$=\frac{1}{10}\sqrt[3]{3217}=1,5$.

4°. Дака нꙋмърꙋл чє сє-пропꙋнє єстє ꙟнтрєг, нє мꙋлцꙋмім ка лжнгъ фіє карє ръмъшіцъ съ пꙋнєм кжтє о деспърціре дє трєї нꙋлє пжнъ кжнд вом авѣ ла ръдъчінъ нꙋмърꙋл дє зєчімалє карє воїм.

Іатъ сокотѣла пєнтрꙋ $\sqrt[3]{477}$

477	7,81339	
343	147	18252
1340.00	168	234
1315 52	64	1
24 480.00	16444	1827541
18 275 41	8	1
6 204 590.00		
шча:		

Асємєнѣ афлъм ші пє $\sqrt[3]{3}=1,442249.....$

5°. Дака нꙋмърꙋл єстє фржнцєрос, дꙋпъ чє маї ꙟнтжїꙋ вом адꙋчє нꙋміторꙋл ꙟн кꙋб єксакт (1°), нє апропієм апої дє ръдъчіна нꙋмърꙋлꙋї...... $\sqrt[3]{\frac{5}{7}}=\frac{1}{7}\sqrt[3]{245}=\frac{1}{7}\times 6,2573=0,8939$. Асємєнѣ..... $\sqrt[3]{17\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{\frac{53}{3}}=\frac{1}{3}\sqrt[3]{477}$; дєчї $\sqrt[3]{477}=7,81339$. Аша ръдъчіна чє сє-чєрє єстє 2,604463.

КАП IV

ПЕNТРУ РАПОРТУРІ

1. Пеnтру Пропорції ші Екідіференції.

70. Ꙟn доъ кіпурї путем съ компъръм ꙟntре еле доъ мърімї: къутжnд саў коважршірѣ уnia асупра алтіа, саў nумърул де кжте орї се-купрінде еле уnа ꙟntр'алта. Ешітул ачещіі компъръръ ꙟn ꙟnтжмпларѣ дін тжнѕ се-афлъ прін скъдере, ші ꙟn чѣ д'адоа прін ꙟмпърціре. Nумім Кувжnт саў Рапорт а доъ nумере кжтул пе каре ꙟл афлъм ꙟмпърцінд пре уnул прін челалалт, ші де ачѣ 3 есте рапортул луї 12 къtре 4, пеntру къ $\frac{12}{4}$ аў 3 есте кжтул nумерілор 12 ші 4. Ам путѣ асеменѣ съ зічем къ рапортул луї 12 къtре 4 есте ші $\frac{4}{12}$ аў $\frac{1}{3}$; пеntру къ тот уnа есте а зіче саў къ чел дін тжнѕ дін nумере есте ꙟntреітул челуї де ал доілѣ, саў къ честелалт есте а треіа парте а челуї лалт. Noї вом авѣ а ꙟмпърці пре чел дін тжнѕ прін чел д'ал доілѣ.

Чел дін тжнѕ термен ал уnуї рапорт се-зіче Антечедент, ші чел д'ал доілѣ Урмътор.

Есте ꙟnведерат къ nімік nу поате скімба діференца ꙟntре доъ кжтъцімї де ле вом адъога саў де ле вом скъдѣ пре уn тот ачел nумър. Адікъ ведем къ.... 12 — 5 = 13 — 9 = 11 — 4.

Прекум ші асеменѣ (12,6°.) ну поате съ се-ꙟнтралтезе ун рапорт, деї вом ꙟммулці саў ꙟмпърці амжндоі аї съї термені пріn тр'ачелаш нумър $\frac{42}{12}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$.

Есте лесне а да ун ꙟнцелес курат рапортулуї кжтъцімілор нераціонале пентру къ еле ну ꙟнтръ ꙟн сокотѣлъ, де кжт нумаї арътжнд прецуріле лор апропіате (65) дар ку тоате ачестѣ ачест рапорт поате кжте одатъ съ фіе коммъсурабул: аша $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{12}{3}}=\frac{\sqrt{4}}{1}=\frac{2}{1}$.

71. Кжнд діференца ꙟнтре доъ нумере прекум 10 ші 8 есте тот ачеѣ ку чѣ ꙟнтре алте доъ 7 ші 5, атунчї ачесте патру кжтъцімї фак о Екідіференцъ, $10-8=7-5$. Кжнд рапортул а доъ нумере есте тот ачела ку ал алтор доъ, ачесте патру кжтъцімї фак о Пропорціе саў (Аналоціе); еа стъ дін потрівірѣ а доъ рапортурї: 20 ші 10, прекум ші 14 ші 7 аў тот ун рапорт 2; авем дар о пропорціе ꙟнтре 20, 10, 14, 7, пе каре о скрім аша 20 : 10 :: 14 : 7, ші пе каре о чітім се-аре 20 кътре 10 ка 14 кътре 7. Путем ꙟнкъ съ о арътъм ші аша $\frac{20}{10}=\frac{14}{7}$. Кжнд алецем пе ачѣстъ дупъ урмъ ꙟнсемнаре каре се-ꙟнтжмплъ прѣ дес, о чітім асеменѣ дупъ кум зісеръм, 20 се-аре кътре 10 ка 14 кътре 7, іар ну 20 ꙟмпърціт прін 10 есте д'опотрівъ луї 14 ꙟмпърціт прін 7; ку тоате къ тот ачеѣ ꙟнсемнѣзъ амжндоъ кіпуріле ачестѣ.

Термені 20 ші 7 се-зік де-марціне, іар 10 ші 14, де-міжлок аї пропорціеї.

Кѫнд чеї де міжлок сѫнт д'опотрівъ, пропорціа се-нȣмеще Конціnȣтъ: прекȣм есте чѣ ȣрмътоаре 16:24 :: 24:32, ші се-скріе аша ÷ 16:24:32. Терменȣл чел д'алдоілѣ се-нȣмеще де-міжлок пропорціонал.

72. Дака ръмъшіціле а доъ скъдері 10—8 ші 7—5 сѫнт д'опотрівъ саȣ нȣ, вор фі асеменѣ д'опотрівъ саȣ нȣ ші дȣпъ че ле вом адъога сȣма 8+5 а кѫтъцімілор де скъзȣт; каре не дъ 10+5 ші 7+8; де ȣнде ȣрмѣзъ къ, кѫнд авем екідіференца 10—8=7—5, сȣма челор де-марціне есте д'опотрівъ кȣ а челор де міжлок, ші дін протівъ, дака 10+5=7+8 авем екідіференца 10—8=7—5.

Де ȣнде ȣрмѣзъ къ есте прѣ лесне а афла ȣн термен ȣнеї екідіференце, кѫнд кȣноащем пе чеі лалці треї; пентрȣ къ фіе 10—8=7—x, фіінд къ x+10 требȣе съ фіе =8+7, саȣ 15 требȣ ка x=15—10.

Фіе асеменѣ доъ рапортȣрі $\frac{6}{3}$ ші $\frac{14}{7}$; ка съ ле кȣноащем де сѫнт д'о потрівъ саȣ нȣ требȣе съ ле адȣчем тот ла ачел нȣмітор ші авем 6×7 де о парте ші 14×3 де алта. Дака дар продȣктȣл челор де марціне есте д'опотрівъ кȣ ал челор де міжлок, авем о пропорціе ші дін протівъ.

Ведем къ 1°. дака авем патрȣ нȣмере 6, 3, 14, ші 7 асфел ка продȣктеле 6 × 7 ші 3 × 14 съ фіе д'опо-

тріВъ, трєбує съ урмєзє потрівірѢ рапортурілор сау пропорціа $\frac{6}{3}=\frac{14}{7}$ сау 6 : 3 :: 14 : 7. Пєнтру къ тот д'auна ку фъкъторі а доъ продуктурі д'о потрівъ поате съ сє-формєзє о пропорціє (Вєзі №. 33).

2°. Продуктул челор де міжлок фаче ун пътрат, де вор фі д'о потрівъ; дечі чел де міжлок порпорціонал ѫнтре доъ нумєрє єстє ръдъчіна пътратъ а продуктулуі лор. Ѫнтрє 3 ші 12 чел де міжлок пропорціонєл єстє $x=\sqrt{3}\times12=6$. Дін протівъ дака авєм $6^2=3\times12$, путєм фаче о пропорціє конціnутъ ∺ 3 : 6 : 12.

3°. Дака о пропорціє купрінде ун термєн нєкуноскут прєкум 6 : 3 :: 14 : x; фіінд къ де 3 орі 14 сау 42 трєбує съ фіє д'о потрівъ ку де 6 орі нєкуноскутул, єл єстє (5) кѫтул луі 42 ѫмпърціт прін 6 сау $\frac{42}{6}=7$. Де обще унул дін чеі де марџінє сє афлъ ѫмпърцінд продуктул челор де міжлок прін чел де марџінє куноскут. Дака нєкуноскутул єстє унул де міжлок, ар трєбуі съ ѫмпърцім продуктул челор де марџінє прін чел де міжлок куноскут.

4°. Путєм, фъръ а сє-скімба прєцул унєі пропорції, съ фачєм ка деосєбіці тєрмєні дін карє сє-компунє съ пріімѢскъ тоатє скімбърілє карє фак ѫнкъ съ дѢ продуктул челор де марџінє д'о потрівъ ку ал челор де міжлок. Аша пєнтру 6 : 3 :: 14 : 7, карє дъ $6\times7=3\times14$ ам путѢ.

I. Съ скімбъм пре чеї де марџіне ꙟтре сіне саꙋ пре чеї де міжлок ꙟтре сіне (каре се-аратъ прін Alternando) аша.

$$6 : 14 :: 3 : 7$$
$$\text{саꙋ } 7 : 3 :: 14 : 6$$
$$\text{саꙋ } 7 : 14 :: 3 \; 6$$

II. Съ пꙋнем чеї де марџіне ꙟн локꙋл челор де міжлок (каре се-нꙋмеще Invertendo).

$$3 : 6 :: 7 : 14$$

III. Ꙟн сфѫршіт съ ꙟммꙋлцім саꙋ съ ꙟмпърцім пе амѫндоі Антечеденці саꙋ амѫндоі ꙋрмъторі тот прінтр'ꙋн нꙋмър.

73. Адꙋкѫнд теорема дела N°. 33 ꙟн пропорціа .... $30 : 6 :: 15 : 3$, саꙋ $\frac{30}{6} = \frac{15}{3}$, афлъм.

$$\frac{30 \pm 15}{9 \pm 3} = \frac{15}{3} \text{ ші } \frac{30+15}{6+3} = \frac{30-15}{6-3},$$

Дечі 1°. сꙋма саꙋ діференца Антечеденцілор се-аре кътре а ꙋрмъторілор, прекꙋм ꙋн антечедент кътре ꙋрмъторꙋл съꙋ.

2°. Сꙋма антечеденцілор се-аре кътре діференца лор ка сꙋма ꙋрмъторілор кътре діференца лор.

3°. Фіє ѹн шѫр де рапортѹрі д'опотрівъ . . . . $\frac{6}{3}=\frac{10}{5}=\frac{14}{7}=\frac{30}{15}$, авем $\frac{6+10+14+30}{3+5+7+15}=\frac{14}{7}=\frac{30}{5}$; декі ꙟн орі че шѫр де рапортѹрі д'опотрівъ сѹма антечеденцілор се-аре кътре а ѹрмъторілор ка ѹн антечедент кътре ѹрмъторѹл съѹ.

4°. Де вом ꙟнтоарче пропорціа датъ авем . . . . . $30:15::6:3$, де ѹнде $\frac{30\pm6}{15\pm3}=\frac{6}{3}$.

74. Пѹтем съ ꙟммѹлцім доъ пропорціі термен кѹ термен; пентрѹ къ $30:15::6:3$ ші $2:3::4:6$ даѹ фрѫнцеріле д'опотрівъ $\frac{30}{15}=\frac{6}{3}$ ші $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$; пе каре делє вом ꙟммѹлці афлъм . . . . . . $30\times2:15\times3::6\times4:3\times6$.

Де ѹнде ѹрмѣзъ къ пѹтем съ ардікъм о пропорціє ла пътрат ла кѹб..... ші дін протівъ съ скоатем дінтрѫнса ръдъчіна пътратъ, кѹбікъ....

2. Пентрѹ Регѹліле детреі.

Кѫнд елементѹріле ѹнеі проблеме пот съ факъ о пропорціє ал къріа некѹноскѹтѹл есте чел дѹпъ ѹрмъ термен, прецѹл ачещіа ні'л дъ о сімплъ сокотѣлъ (72, 3°.) пе каре о нѹмім Регѹлъ детреі: аша 30 де лѹкръ-

торї аȣ лȣкрат 20 метрȣрї, 21 лȣкрьторї кѫте ар лȣкра тот ꙟтр'ачѣ време? Афльм 30 : 20 :: 21 : x, арьтѫнд прін x нȣмьрȣл метрȣрілор че се-чере; ші авем.....

$$x = \frac{20.21}{30} = 14.$$

Ведем кь деслегарѣ ачещії черерї сть ꙟн регȣла де трей, кѫнд спȣнерѣ се-формѣзь дін доь періоаде; ай челȣї дін тѫїȣ дої термені сѫнт омоџені корьспȣнзьторї кȣ ай челȣї д'алдоілѣ, адікь тот де ȣн фел кѫте дої дої; ші кь ꙟнкь ачещї термені пот сь фіе ꙟммȣлцiцї прінтр'ȣн тот ачел нȣмьр. Аша ꙟн проблема ноастрь 30 лȣкрьторї, ші 21 лȣкрьторї сѫнт омоџенї, ші ам пȣтѣ ачесте нȣмере сь ле ꙟммȣлцім прін 2, 3,..... фьрь а се-скімба проблема ꙟнтрȣ німік. Дін протівь [времѣ пѫнь кѫнд о піатрь сь казь жос нефіінд ꙟндоіть кѫнд ꙟнълцімѣ есте ꙟндоіть, о бȣте недешьртѫндȣсе ꙟн ꙟнтреіть време кѫнд еа есте де трей орї май маре: ачесте елементȣрї нȣ пот а се адȣче ꙟн регȣла де трей.

76. Дȣпь че ам арьтат дака деслегарѣ ȣней проблеме поате сь се дѣ прінтр'о пропорціе, нȣ рьмѫне де кѫт а хотьрѫ фіе кьрȣіа термен трѣпта каре требȣе сь іа. Чел дȣпь ȣрмь ші чел д'алтреілѣ сѫнт некȣноскȣтȣл ші ал сьȣ омоџен, сінгȣрȣл каре поате а се компьра кȣ дѫнсȣл. Черерѣ ꙟнсемнѣзь ꙟнкь ші каре дінтр'ачесте доь нȣмере ковѫршаще пе чел алалт, каре хотьраще локȣл челȣї дін тѫїȣ ші челȣї д'ал доілѣ

термен, пентрꙋ къ антечеденції требꙋе съ фіе дін преꙋнъ маі марі саꙋ маі мічі де кжт ꙋрмъторі лор.

Аша лꙋпъ че пꙋсеръм маі сꙋс 20 метрꙋрі ші x метрꙋрі, ведем къ 21 лꙋкръторі требꙋе съ лꙋкрезе маі пꙋцін де кжт 30, ші къ ꙋрмъторꙋл x есте < 20; дін доъ нꙋмере дар 30 ші 21, 30 есте чеа дін тжіꙋ, ші авем 30 : 21 :: 20 : x.

Ꙋрмътоареле доъ ексемплꙋрі вор аръта маі десволт пе чѣ де аічі.

Ꙋн лꙋкрꙋ с'а съвжршіт ꙟн 5 зіле кꙋ 57 лꙋкръторі, кжте зіле требꙋеск кꙋ 19 лꙋкръторі съ се съвжршаскъ тот ачел локрꙋ? Фіінд къ зіле ам пꙋтѣ съ лꙋъм де доъ саꙋ де 3 орі маі мꙋлт ші лꙋкръторі де атжтѣ орі маі пꙋцін, черерѣ се деслѣгъ прін пропорції. Пꙋнем маі ꙟнтжіꙋ 5 зіле: x зіле, ші фіінд къ ла 19 лꙋкръторі требꙋеск маі мꙋлте зіле де кжт ла 57, ка съ се-съвжршаскъ тот ачел лꙋкрꙋ, ꙋрмъторꙋл x есте > 5; 57 есте дар ꙋрмъторꙋл рапортꙋлꙋі челꙋі дінтжіꙋ, ші авем

$$19 \text{ лꙋкр} : 57 \text{ лꙋкр} . :: 5 \text{ зіле} : x \text{ зіле} = \frac{5.57}{19} = 15 \text{ зіле}.$$

Ка съ се-ꙟмбраче о мобілъ а трібꙋіт 6 метрꙋрі де стофъ латъ де $\frac{3}{4}$, тот пентрꙋ ачѣстъ мобілъ кжте метрꙋрі вор требꙋі де о стофъ латъ де $\frac{2}{3}$? Кꙋ тоате къ ачі кжте патрꙋ термені сжнт метрꙋрі, дар ведем къ 6 метрꙋрі есте омоџен кꙋ чел некꙋноскꙋт, пентрꙋ къ амжндоі а-

ратъ лꙋнціме; аша пропорціа се-термінѣзъ кꙋ 6 метрꙋрі ші x метрꙋрі. Дечі де о стофъ каре есте маі латъ требꙋеще маі пꙋцінъ лꙋнціме: пентрꙋ къ $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$, авем (x > 6; еша $\frac{2}{3}$ есте антечедентꙋл рапортꙋлꙋі челꙋі дін тжій ші афлъм $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} :: 6 : x$ де ꙋнде $x = 6 \times \frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$.

77. Кꙋ тоате къ тот д'аꙋна есте лесне а фаче ачѣстъ жꙋдікатъ, дар депъртжндꙋне де джнса, пꙋтем лꙋкра маі ѩте сокотѣла. Авем доъ фелꙋрі де рапортꙋрі, дрепт каре се формѣзъ дін нꙋмере каре креск ші скад діnпреꙋнъ, ші алтꙋл ꙟнторс, ꙟн каре ꙋн нꙋмър скаде кжнд чел алалт креще. 30 лꙋкрътоpі ші 20 мемтрꙋрі дела черерѣ дін тжій сжнт ꙟн рапорт дрепт, пентрꙋ къ лꙋкрътоpі сжнт маі мꙋлці ші лꙋкрꙋ се-фаче маі мꙋлт; ꙟн чѣ д'а доа дін противъ, 57 лꙋкрътоpі ші 5 зіле сжнт ꙟн рапорт ꙟнторс пентрꙋ къ лꙋкрътоpіі сжнт маі мꙋлці, ші ка съ се-факъ ꙋн лꙋкрꙋ требꙋе маі пꙋціне зіле.

Кжнд термені ꙋнеі черері сжнт ꙟн рапорт дрепт, се пꙋн тот ꙟнтр'ачеле трепці каре требꙋе съ аїбъ ꙟн пропорціе, пентрꙋ къ джндꙋсе черерѣ, се-дъ ші тот ачел ржнд терменілор омоцені ꙟн амжндоъ періоаделе. Дар дака проблема аре рапортꙋріле сале ꙟнтоарсе, термені требꙋе съ се-адꙋкъ ꙟнтр'ꙋн ꙟнцелес дін противъ ꙟн пропорціе, пентрꙋ къ чел дін ꙋрмъ дін нꙋмеріле дате се-скріе чел дін тжій, шча.... некꙋноскꙋтꙋл фіінд тот д'аꙋна ꙟн локꙋл чел д'ал патрꙋлѣ, каре ꙋрмѣзъ дін челе зісе.

Маї ꙗтъ ші алте ексемплꙋрї ꙟнкъ пентрꙋ регꙋліле де треї.

I. Ꙋн ом а лꙋкрат 50 де стѫнжѫні ꙟн 8 зіле, 80 де стѫнжіні ꙟн кѫте зіле ва лꙋкра? Регꙋлъ дрѣптъ: аша 50 : 8 :: 80 : x = 12 $\frac{4}{5}$.

II. Ꙋн ом а фъкꙋт ꙋн дрꙋм ꙟн 8 зіле мергѫнд кѫте 7 чѣсꙋрї пе зі, ꙟн кѫтъ време требꙋѥ съл факъ де мерџѣ кѫте 10 чѣсꙋрї пе зі? Регꙋлъ ꙟнтоарсъ; дечї 10 : 7 :: 8 : x = 5, 6.

III. Дака 17 марче 5 ончїї 4 гръꙋнце де арџінт аꙋ прецꙋіт 869 лівре 15 солдії ші 6 дінарї, кѫт ар прецꙋі 14 марче 3 ончїї 2 гръꙋнце $\frac{1}{2}$? Регꙋлъ дрѣптъ; дечї 17м 5° 4г:869 лів. 15с 6д::14м 3° 2г $\frac{1}{2}$:x лів.

Сокотѣла се-ꙟнлеснеще ꙟммꙋлцінд пе амѫндоѣ анте-чеденції прін 16 ші авем 283м : 869лв. 15с. 6д.::230м 5°: x. Прін каре се-афлъ x = 708л 16с. 0 $\frac{1401}{1141}$д.

IV. 6 Скадроане аꙋ съвѫршіт о магазіе ꙟн 54 де зіле, 9 скадроане ꙟн кѫте зіле ар съвѫршіо? Регꙋлъ ꙟнтоарсъ, де ꙋнде 9 : 54 :: 6 : x = 56.

V. О корабіе аре ꙟнкъ пентрꙋ 10 зіле меріnде, дар пе маре о съ зъбовѣскъ 15 зіле, ла кѫт требꙋе съ се-адꙋкъ фіе каре порціе? Ачі нꙋ афлъм пе термені кѫте патрꙋ; дар есте ꙟнведерат къ ꙋнꙋл се-сꙋбтꙟнце-леџе ші къ проблема требꙋе съ се-ꙟнцелѣгъ ꙟнтр'ачест кіп: де се-зъбовѣ 10 зіле пе маре ар фі дат фіе кърꙋѥ

бм кѫте о парте, о съ зъбовѣскъ 15, кѫте кѫт дар о съ се-дѣ? регулъ ꙟнтоарсъ; аша 15 : 10 :: 1 : х = $\frac{2}{3}$.

78. Регулї де треї компусе. Де мулте орї се-пропун ꙟн пропорції черерї, каре копрінд маї мулт де кѫт треї терменї дацї. Атунчї ачесте черерї требуе съ се-факъ дін доъ періоаде, каре нумеріле омоценe съ ле коірінзъ кѫте доъ доъ, пентру каре іатъ ун ексемплу.

Дака 20 оаоаменї аў лукрат 160 метрурї ꙟн 15 зіле, 30 оаменї кѫт вор лукра ꙟн 12 зіле? де ачі ꙟнаін-те вом ꙟмпреуна терменї омоценї дупъ кум се-веде ꙟнпротівъ.

Оам.	метр.	зіле.
20	160	15
30	х	12

Ачі ведем доъ ꙟнтѫмпльрї: адікъ кѫнд терменї каре ну ръспунд некуноскутулуї сѫнт ꙟн рапорт дрепт саў ꙟнторс. Ачі 20 оаменї ші 15 зіле сѫнт ꙟн рапорт ꙟнторс; путем дар съ ꙟндоім съ ꙟнтреім.... пе уна дін нумере, пентру къ пе чеа алалт ꙟл ꙟмпърцім прін 2, 3,... ші черерѣ ръмѫне тот ачеѣ. Съ ꙟммулцім 20 оаменї прін 15, ші авем 300 оаменї ші 1 зі; асеменѣ съ ꙟммулцім 30 оаменї прін 12, ші вом авѣ 360 оаменї ші 1 зі. Дечї черерѣ акум съ фачь, дака 300 оаменї аў лукрат 160 метрурї ꙟнтр'о зі, 360 кѫт вор лукра? Тімпул фіінд тот ачела ꙟл лъсъм, ші авем ре-

Оаме.	метр.	зіл.
300	160	1
360	х	1

регула дрѣптъ 300 : 160 :: 360 : х = 192 метрурї.

Кънд рапортул есте дрепт се-поате фаче ꙟн мулте фелурї; спре пілдъ дака 20 оаменї аў лукрат 160 метрурї ꙟн 15 зіле кьте зіле вор требуі ла 30 оаменї ка съ се-лукрезе 192 метрурї.

Оам.	метр.	зіле.
20	160	15
30	192	x

Ачі оаменї сънт маї мулцї ші метрурї маї мулте лукрѣзъ; 20 оаменї ші 160 метрурї сънт ꙟн рапорт дрепт. Аша, дупъ че вом ꙟммулці уна дінтр'ачесте кътціміï прін 2, 3,.... требуе асеменѣ съ ꙟммулцім ші пре чеа алалт тот прінтр'ачела нумър. Съ луъм пе 192 пентру фъкътор луї 20 оаменї ші 160 метрурї; пе урмъ пе 160 пентру 30 оаменї ші 192 метрурї, ші есте ꙟнведерат къ нумърул де метрурї (14) ва фі ꙟн амъндоъ ꙟнтъмплъріле 192 X 160. Вом путѣ адуче дар ачѣстъ черере; дака 20 X 192 оаменї аў съвършіт ун лукру ꙟн 15 зіле, ла 30 X 160 оаменї кьте зіле вор требуі? ачѣстъ регулъ есте ꙟнтоарсъ ші авем.....

$$30 \times 160 : 15 :: 20 \times 192 : x = \frac{20.192.15}{30.160} \text{ саў....}$$

$$x = \frac{2.192.5}{1.160} = \frac{192}{16} = 12.$$

Ꙟн тоате ꙟнтъмплъріле тот дупъ кіпул ачеста лукръм, ші ведем къ ꙟнторкънд проблема путем фаче проба лукрърії. Іатъ ꙟнкъ ші алт ексемплу дестул де ꙟнкуркат.

Дака 40 лукръторі̆ аў лукрат 300 метрурі̆ ꙟн 8 зіле лукржнд кжте 7 чѣсурі̆ пе зі; ла 51 лукр: ка съ се-лукрезе 459 метрурі̆ кжте 6 чѣсурі̆ пе зі, кжте зіле вор требуі?

Оамє.	метр.	зіле.	чѣс.
40	300	8	7
51	459	x	6

Маі̆ ꙟнтжю ведем къ лукръторі ші чѣсуріле сжнт ꙟн рапорт ꙟнторс; о съ пунем дар 40×7 чѣсурі̆ д'опарте ші 15×6 чѣсурі̆ де алта, ꙟнтжрзіінд ку о зі, каре дъ лок черері че се-аратъ ꙟнпротівъ ші каре ну есте де требуінцъ а се-чіті.

Чѣсурі̆.	метр.	зіле.
40×7	300	8
51×6	459	x

Чѣсуріле ші метруріле сжнт ꙟн рапорт ꙟнторс; о съ фачем дар пе 459 ꙟнмулцітор термінілор періодулуі̆ челуі̆ дінтжю, прекум ші 300 ва фі асеменѣ челуі̆ д'алдоілѣ; лукру каре ва адуче нумърул метрурілор съ фіе тот ачела ші де о парте, ші де алта ші авем аша о регулъ де треі̆ ꙟнтоарсъ, пе каре о вом пуне ꙟнтр'ачест кіп . . . .

Оомені̆.	зіле.
40×7×459	8
51×6×300	x

$$51\times6\times300 : 8 :: 40\times7\times459 : x = \frac{40.7.459.8}{51.6.300};$$ саў

$$x = \frac{40.7.8}{2.100} = 11\tfrac{1}{5}.$$

Путем ꙟнкъ съ не депъртъм де ачесте фелурімі̆ де лукрърі ші жудекъці̆, пентру къ репродукжндуле а-

сȣпра фіе-каре термен че се-компърѣзъ кȣ некȣноскȣтȣл, мѣсȣ пȣтем ведѣ къ кѫнд рапортȣл ва фі дрепт, терменȣл требȣе съ скімбе локȣл кȣ омоценȣл съȣ; пентрȣ къ дака рапортȣл есте ꙟторс ꙟл лъсъм аша прекȣм есте. Ꙟн сфѫршіт ꙟмм℧лцім тоате нȣмеріле че се-копрінд ꙟн фіе-каре рѫнд, ші потрівім продȣктȣріле ꙟнтре еле. Аша ꙟн чѣ дȣпъ ȣрмъ черере лȣкръторі ші зілеле сѫнт ꙟн рапорт ꙟнторс, прекȣм ші чѣсȣріле ші

зілеле; метрȣріле ꙟнсъ ші зілеле фак ȣн рапорт дрепт. Скімбъм дар дін лок нȣмаї пе 300 ші 459; фачем продȣктȣл нȣмерілор че се-копрінд ꙟн фіе-каре лініе ші потрівінд се-фаче . . . .

$$40\times459\times8\times7$$
$$51\times300\times x\times6$$

$40\times459\times8\times7=51\times300\times6\times x$ каре ведем къ аре тот ачел прец кȣм ші маї ꙟнаіте (5).

Ачѣстъ лȣкраре поате сінгȣръ съ се-адȣкъ ꙟн регȣліле де треї сімпле.

79. Регȣлъ де Товъръщіе. Треї товаръшї аȣ пȣс ꙟн негȣцъторіе ȣнȣл 12000 фрачї. алтȣл 8000 фрн., ші чел д'ал треілѣ 4000 фрн., ші аȣ кѫщігат 5430 фран., се-чере а се-деспърці кѫщігȣл ачеста дȣпъ капіталȣл лор.

Сȣма ꙟнтрѣгъ 24000 фран. а дат 5430 фран. съ фачем дар ачесте треї пропорції.

24 000:5430 саȣ 2400 : 543 :: 12000 : x = 2715 фрн.
2400 : 543 :: 8000 : x = 1810
2400 : 543 :: 4000 : x = 905

Сѣ се-пропȣе ꙟнкѣ ші проблема ȣрмѣтоаре.

Треї Негȣцѣторї аȣ пȣс ꙟн негȣцѣторіе ȣнȣл 10000 фрн. ꙟн време де 7 лȣнї, алтȣл 8000 ꙟн 5 лȣнї ші чел д'ал треілѣ 4000 ꙟн 20 лȣні; се-чере дар кѫтѣ парте аре фіе каре дін кѫщігȣл 1500 фран.

Сѣ ꙟнсемнѣм кѣ кѣпіталȣріле ші тімпȣріле сѫнт ꙟн рапорт ꙟнторс; ꙟммȣлціндȣле пе фіе каре пріи чѣ де лѫгѣ дѫнсȣл, веніm ларѣ ꙟнтр'о регȣлѣ де фелȣл чел дін тѫіȣ, адікѣ ȣнȣл дін товарѣшї се-сокотеще кѣ а пȣс 70 000 фрн., чел д'ал доілѣ 40 000 фрнк. ші чел дін ȣрмѣ 80 000; времіле сѫнт д'о потрівѣ акȣм, ші аша афлѣм 552,63....фран. 315,79...фр. 631,58...фр. пентрȣ кѫщігȣріле фіе кѣрȣіа.

80. Регȣлѣ де Добѫндѣ. Скопȣл ачещіі регȣле есте а афла сȣма де плѣтіт пентрȣ банї ꙟмпрȣмȣтацї дȣпѣ оаре каре ꙟмвоелї: добѫнда ачѣста се-ашазѣ ꙟн доѣ кіпȣрі: саȣ арѣтѫнд чѣ че дѣ 100 каре се-аратѣ пріи ворбеле 4, 5... ла о сȣтѣ (ші се-скріе аша 5 л. $\frac{0}{0}$) саȣ хотѣрѫнд сȣма каре требȣе сѣ дѣ добѫндѣ ȣнȣл; дінарȣл 14 ꙟнсемнѣзѣ кѣ 14 фран: даȣ ȣн франк.

Релаціа каре лѣгѣ ачесте доѣ кіпȣрі де а ашѣза добѫнда, се афлѣ пріи пропорціе. Адікѣ дінарȣл 25

ѕтот ачѣ кѹ 4 л. $\frac{0}{0}$ пентрѹ къ пѹінд регѹла де треї дака 25 даѹ 1, че добжндъ даѹ 100, афлъм 4. Асеменѣ ші дінарѹл 2 віне ла 50 ла $\frac{0}{0}$, дінарѹл 20 ла 5 л $\frac{0}{0}$ (везї, шена 1-а., Актѹл II а Скжрчітѹлѹї лѹї Молієр).

Ѹн ексемплѹ ал регѹлі добнзі есте дестѹл съ не арате кѹм требѹе а десленѓа тоате черерілє де ачест фел. Дака 100 даѹ $\frac{1}{4}$ ѫнр'о лѹнъ, 10 000 ѫн 7 лѹнї кжт ворда? Ачѣстъ регѹлъ де треї се-деслѣгъ дѹпъ обічеюѹ (78) дар пѹтем съ о деслегъм ші дѹпъ кѹм ѹрмѣзъ 100 : $\frac{1}{4}$ :: 10 000 : x=25 добжнда лѹї 10 000 пе о лѹнъ; добжнда дар че се-чєре есте 7×25 аѹ 175.

81. Регѹлъ де Скъзъмжнт. Кжнд о сѹмъ есте съ се-плътѣскъ дѹпъ о епохъ ѫнкъ ѫнделѹнгатъ, ші о пріімім атѹнчѣ ѫндатъ, нѹмім Скъзъмжнт добжнда каре фаче пе ачѣ време. Адікъ дака оаре каре аре съ пріімѣскъ 10 000 фран. дѹпъ 7 лѹнї, дінтр'ачѣстъ сѹмъ ціінд добжнда кжте $\frac{1}{4}$ л. $\frac{0}{0}$ пъ лѹнъ, требѹе съ скъдем 175 фр., ші ръмжне 9825. Ачест фел де лѹкраре се-зіче къ се-ꙗ скъзъмжнтѹл афаръ. ші есте прѣ обічнѹітъ кѹ тоате къ се-опреще добжнда лѹї 10000 ші ѫн фіінцъ се-плътеще нѹмаї 9825 фр.

Пентрѹ Скъзъмжнтѹл ѫн лъѹнтрѹ требѹе съ се-скоацъ нѹмаї добжнда сѹмі каре се-плътеще: ші ꙗтъ кѹм требѹе съ фачем. Пе фіе каре лѹнъ требѹе съ опрім $\frac{1}{4}$ фр. пентрѹ 100, деч ї дѹпъ 7 лѹнї 100 + $\frac{7}{4}$ фр.

се-вор фаче 100 фр. ші аша пꙋнем асть пропорціе, дака 101 $\frac{3}{4}$ фр. с'аꙋ фъкꙋт 100,10 000 кжт се-вор фаче? ші афлъм 9828 фр. $\frac{4}{407}$ ꙟн фіінць, ачещіі сꙋмї де'ї вом адъога добжнда еї кжте $\frac{1}{4}$ л. $\frac{0}{0}$ пъ лꙋнъ, вом авѣ іаръ 10 000 фр.

82. **Регꙋлъ Конжꙋгатъ.** Ка съ арътъм ачѣстъ регꙋлъ, съ лꙋъм ꙋрмъторꙋл ексемплꙋ: 50 лівре де Паріс прецꙋеск 51 де Хамбꙋрг, 25 де Хамбꙋрг прецꙋеск [illegible] де Фракфорт, се-чере акꙋм рапортꙋл лівре Парісꙋлꙋї кътре а Фракфортꙋлꙋї.

Фіінд кь 50 лівре де Паріс = 51 лівре де Хамбꙋрг авем $\left(\frac{50}{51}\right)$ лів. П. = 1 лів. Х.; (челе дін тжїꙋ літере П., Х. Ф. ꙟсемнѣзъ Паріс, Хамбꙋрг, Франкфорт); авьм асеменѣ 1 лів. Х = $\left(\frac{24}{25}\right)$ лів Ф.; дечї.

$$\left(\frac{50}{51}\right)\text{ лів. П.} = \left(\frac{24}{25}\right)\text{ лів. Ф.}; \dots\dots\dots$$

саꙋ 50×25 лів. П. = 24×51, каре есте рапортꙋл че се-чере, ші нꙋмеріле дате ле скрім сꙋбт форма екꙋаціі дꙋпъ кꙋм се-веде ꙟн протівъ, фъкжнд ка а доа парте а екꙋаціі чеї дін тжїꙋ съ фіе тот де онатꙋръ кꙋ ꙟнтжіа парте а екꙋаціі чеї д'а доа; ші апої съ ꙟммꙋлцім ачесте екꙋаціі термен кꙋ

50 лів. П. = 51 лів Х.
25 лів. Х. = 24 лів Ф.

термен, пъзінд ла партѢ чѢ дін тжїў, чел дін тжїў фѢл де уніми, ші ла чѢ д'а доа чел дупъ урмъ.

Поате съ се-дѢ ун маї маре нумър де рапортурі, каре се-цін ланц. Адікъ, каре есте рапортул метрулуї кътре верга Енглітері, щіінд къ 9 верції прецуеск 7 коції д'аї Франції, ші къ котул прецуеще 1,1821 метрурі? Дуъм пентру чел дін тжїў термен ал регулі конжугате 9 верції, каре есте де фелул че се-чере ші пунем 9 верції=7 коції; пе урмъ скрім пе челе лалте рапортурі бъгжнд сѢма ла регула чѢ де сус ші адучем пе челе дін тжїў доъ рапортурі ꙟнтр'уна сінгур

$9\text{в.} = 7\text{к.}$

$1\text{к.} = 1{,}1821\text{м.}$

$1\text{м.} = x\text{в.}$

9×1 верції $= 7 \times 1{,}1821$ метрурі. Пе урмъ пунем 1 метру $= x$ верції, ші ведем къ редукжндуле асеменѢ, авем $9 \times 1 \times 1$ варгъ $= 7 \times 1{,}1821 \times x$ метрурі, каре не адуче съ маї ꙟмулцім ꙟнкъ ачесте треї екуації термен ку термен, ші аша авем 9 верції $= 8{,}2747$ орі некуноскутул x, де унде $x = \frac{9}{8{,}2747}$, (5) ші ꙟн сфжрші $x = 1{,}087$ вер. $= 1$ метру.

ꙟнсемнъм къ терменул чел дін тжїў ші чел дупъ урмъ x, фіінд тот де ун фел, амжндоъ пърціле ꙟмплінеск асеменѢ тот ачѢ кондіціе дупъ че ꙟммулцім, терменії чеї де міжлок фіінд нумерѢ абстракте; асеменѢ челе доъ пърції ꙟн екуаціа дупъ урмъ се-адук тот ла ачѢ уніме, каре тот д'ауна есте де требуінцъ

Ꙟн сфѫршіт ꙗтъ ші алтъ черере: 100 допії де Спаніа кѫці франчї фак,

ціінд къ 1 дукат де Спаніа	3 фр. =	32 д.ст.
прецуеще 95 дінарї де грос	240 д.ст. =	1 л.ст.
де Амстердам, къ 34 солдії	1 л.ст. =	34 с.гр.
де грос прецуеск 1 лівръ	1 с.гр. =	12 д.гр.
стерлінгъ де Лондра, ші къ	95 д.гр. =	1 дук.
32 дінарї стерлінцї прецуеск	1 дук. =	375 мар.
3 франчї? Щім къ допіа де	1088 мар. =	1 піст.
Спаніа прецуеще 1088 мара-	100 доп. =	x фр.
ведї, де каре ун дукат аре		

375; лівра де грос ші лівра стерлінгъ прецуеск 20 солдії де 12 дінарї фіе каре. Афлъм $x = \frac{3.240.95.1088.100}{32.34.12.375}$ каре се-редуче ла $x = 4 \times 19 \times 20$; дечї 100 допії прецуеск 1520 фр. Ачѣстъ лукраре че се-нумеще Арбітраж маї адесѣ орї се-ꙟнтребуінцѣзъ ꙟн скімбърї.

3. Пентру Прогресії.

83. О урмаре де термені дін каре фіе каре коvѫршаще пе ачела каре ꙟл пречеде саў есте коvѫршіт ку ачеѣш кѫтъціме, есте ачеѣ че нумім Прогресіе прін діференцъ: асфел сѫнт нумеріле 1, 4, 7, 10,...... пе каре о аръттъм аша ÷1.4.7.10.13.16,..... ші кувѫнтул ачі есте 3.

Есте ꙟнведерат къ ал доілѣ термен есте д'о йотрівъ челуї дін тжїў маї мулт кувжнтул; чел д'ал треілѣ челуї д'ал доілѣ маї мулт кувжнтул, адікъ челуї дін тжїў маї мулт де 2 орї кувжнтул; чел д'ал патрулѣ есте асеменѣ компус дін чел дін тжїў маї мулт де 3 орї кувжнтул шча. де обще орі-каре термен ал унеї прогресії прін діференцъ есте компус дін чел дін тжїў маї мулт кувжнтул де атжтѣ орї, дупъ кжцї терменї пречед. Де унде урмѣзъ:

1°. Къ путем съ афлъм ун термен ал унеї прогресії, фъръ съ сокотім пе чеілалцї каре пречед. Адікъ къ ал ностру ал 100-лѣ термен есте $= 1 + 3 \times 99$ саў 298.

2°. Ка съ пунем ꙟнтре 4 ші 32 шасе де міжлок пропорціонелї прін діференцъ; адікъ ка съ алегъм ачесте доъ нумере прінтр'алте 6 дінтре еле, каре фак о прогресіе компусъ дін 8 терменї, ꙟнсемнъм къ чел дупъ урмъ термен 32 ал прогресії фіінд д'опотрівъ челуї дін тжїў 4 адъогат ку кувжнтул луат де 7 орї, 32—4 аў 28 есте де 7 орї кувжнтул некуноскут; де унде кувжнтул есте $\frac{28}{7} = 4$, (5). Де обще ка съ бъгъм, ꙟнтре доъ нумере, де міжлок пропорціонелї прін діференцъ, ꙟмпърцім діференца ачестор доъ кжтъцімї прін нумърул челор де міжлок

маїмѹлт ѹнѹ; кѫтѹл ва фі кѹвѫнтѹл. Прогресіа чѣ де сѹс есте $\div$ 4.8.12.16.20.24.28.32.

Асеменѣ ка сѣ бѫгѫм опт де міжлок ѫнтре 4 ші 11 афлѫм кѹвѫнтѹл $= \frac{11-4}{9} = \frac{7}{9}$; прогресіа есте...
$\div$ 4 . $4\frac{7}{9}$. $5\frac{5}{9}$. $6\frac{3}{9}$. $7\frac{1}{9}$. $7\frac{8}{9}$. $8\frac{6}{9}$. $9\frac{4}{9}$. $10\frac{2}{9}$. 11.

84. О прогресіє прін кѫт есте о ѹрмаре де терменї дін каре фіє каре купрінде пре чел каре ѫл пречеде саѹ се-купрінде ѫнтрѫнсѹл тот де атѫтѣ орї. Асфел есте чѣ ѹрмѣтоаре $\div\!\!\div$ 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 ....; кѹвѫнтѹл есте 2.

Чел д'ал доілѣ термен есте д'о потрвѣ челѹї дін тѫїѹ ѫммѹлціт прін кѹвѫнт; чел д'ал треілѣ есте д'о потрівѣ челѹї де ал доілѣ ѫммѹлціт прін кѹвѫнт, саѹ челѹї дін тѫїѹ ѫммѹлціт прін пѣтратѹл кѹвѫнтѹлѹї; асеменѣ ал 4-лѣ есте продѹктѹл челѹї дін тѫїѹ прін кѹбѹл кѹвѫнтѹлѹї шчл: де обще орї че термен ал ѹнеї прогресії прін кѫт есте продѹктѹл челѹї дін тѫїѹ прін кѹвѫнтѹл ардікат ла о пѹтере арѣтатѣ прін нѹмѣрѹл терменілор карі пречед. Пѹтем дар,

1°. Сѣ сокотім прецѹл ѹнѹї термен фѣрѣ сѣ фім сіліці де а трече прін тоці карі ѫл пречед. Ал зечілѣ термен іал прогресії ноастре де сѹс есте . . . .
$3 \times 2^9 = 3 \times 512 = 1536$.

2°. Съ бъгъм, ꙟнтрε доъ нꙋмерε датε, дε міжлок пропорціонελї; адікъ ка съ авεм опт дε міжлок ꙟнтрε 3 ші 1536, ꙟнсεмнъм къ чел дꙋпъ ꙋрмъ тεрмεн 1536 ал прогресіі фіінд д'опотрівъ челꙋї дін тжй 3 ꙟммꙋлціт прін кꙋвжнт ардікат ла пꙋтерѣ 9, дε вом ꙟмпърці 1536 прін 3, кжтꙋл 512 εстε а 9-а пꙋтεрε а кꙋвжнтꙋлꙋї, дε ꙋндε сε-ведε къ кꙋвжнтꙋл $=\sqrt[9]{512}=2$, (60). Дечї, ка съ бъгъм ꙟнтрε доъ нꙋмерε датε, дε міжлок пропорціонελї, трεбꙋε съ лꙋъм кжтꙋл лор ші дін тржнсꙋл съ скоатεм ордъчінь а ꙋнεї трεптε д'опотрівъ нꙋмърꙋлꙋї челор дε міжлок маї мꙋлт ꙋнꙋл, карε ръдъчінъ ва фі кꙋвжнтꙋл.

Ачѣстъ екстраџεрε а ръдъчінілор εстε о лꙋкрарε дεстꙋл дε грѣ, дар нꙋ εстε дε кжт ꙋн жок прін ажꙋторꙋл фрꙋмоасεлор пропріεтъці а логарітмілор. Ка съ бъгъм 4 дε міжлок ꙟнтрε 8 ші 64, ар трεбꙋі съ екстраџεм ръдъчіна а 5-а. дін $\frac{64}{8}$ саꙋ $\sqrt[5]{8}$ кжтъціме нераціоналъ (63) дечї дεсъвжршіт ꙟн нꙋмерε нꙋ пꙋтεм съ аръгъм ачεщї дε міжлок, дар нε апропіεм атжт кжт воім ші ведεм прѣ кꙋржнд къ $\sqrt[5]{8}=1,5157$ εстε кꙋвжнтꙋл ші прогресіа чε сε-черε εстε

$\div\!\div$ 8 : 12,1257 : 18,3792 : 27,8576 : 42,2243 : 64.
Асꙋпра ачεщії прічінї везї (153, 10°).

4. Пεнтрꙋ Логарітмї.

85. Съ лꙋъм доъ прогресії ꙋна прін кжт ші алта

пріN діференцъ а кърор термені се-ръспуNд кжте доі доі, прекум.

∸ 1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729 : 2187...... Нумере.
÷ 0 . 2 . 4 . 6 8 . 10 . 12 . 14 ...... Логарітмі.

Фіе каре термен ал челії д'ал доілѢ есте логарітмул нумърулуі коръспуNзътор челії діN тжнѣ, о есте логарітмул луі 1, 2 ал луі 3; 4 луі 9; 6 луі 27 шчл: Логарітмі дар сжнт нумере ѧN прогресіе пріN діференцъ, каре ръспуNд термен ку термен ла алте нумре ѧN прогресіе пріN кжт.

ФііNд къ логарітмі Nу Nе сжнт фолосіторі де кжт Nумаі ѧN путерѢ пропріетъцілор каре Nе арът къ ачесте прогресії ѧNчеп уNа дела 1 ші алта дела Nула, вом авѢ ѧNаіNте дар ачеле прогресії каре ѧмпліNеск ачѢстъ коNдіціе. Възуръм къ ѧммулціріле ші ѧмпърцірілε каре фачем ѧN оаре каре ѧNтжмпларі асупра Nумерілор прогресії чеі діN тжнѣ, ръспуNд ла адуNърі ші скъдері ѧN чѢ д'а доа; путем а преведѢ къ логарітмі вор ѧNлесні мулт сокотелілε, лукру каре Nумаі ѧNдатъ се-ва аръта.

86. Пропріетъції а логарітмілор. УрмѢзъ діN челе че ам зіс (83 ші 84) ші діN ачѢ къ прогресііле Nоастре ѧNчеп уNа дела уNу ші чѢ лалтъ дела Nулъ, къ орі каре термен се-формѢзъ діN кувжNт де атжтѢ орі фъктор, пеNтру чѢ діN тжнѣ, ші де атжтѢ

орі̆ адъогат пентрꙋ чѢ д'а доа, дꙋпъ кѫці̆ термені̆ вор фі ꙟнаінтѢ лꙋі̆. Чеі̆ д'а шаселѢ термені̆, спре пілдъ сѫнт 243 ші 10; ꙟнтр'ꙋнꙋл кꙋвѫнтꙋл есте 3 ардікат ла а 5-а пꙋтере, ші ꙟн чел алалт есте 2 адъогат де 5 орі̆. Кꙋвѫнтꙋл дар де атѫтѢ орі̆ есте фъкътор ꙟнтр'ꙋн термен ал челиі̆ дін тѫіꙋ̆, де кѫте орі̆ есте адъогат ꙟн кореспꙋнзъторꙋл съꙋ̆,

Де вом ꙟммꙋлці ꙟнтре сіне доі̆ термені̆ аі̆ прогресіі прін кѫт прекꙋм 9 ші 243, кꙋвѫнтꙋл 3 ва фі де 7 орі̆ фъкътор ꙟн продꙋкт, пентрꙋ къ де 2 орі̆ есте ꙟн 9 ші де 5 орі̆ ꙟн 243. продꙋктꙋл дар 9×243 саꙋ̆ 2187 ва фі ал оптꙋлѢ термен ал прогресіі. Іар де вом адъога термені 4 ші 10 кореспꙋнзъторі̆ ꙟн прогресіа прін діференцъ, кꙋвѫнтꙋл 2 ва фі асеменѢ де 7 орі̆ адъогат ꙟн сꙋма 14; деч продꙋктꙋл 2186 ші сꙋма 14 сѫнт термені̆ кореспꙋнзъторі̆, каре се-аратъ зікѫнд къ сꙋма логарітмілор адоъ нꙋмере есте логарітмꙋл продꙋктꙋлꙋі̆ лор.

Де ꙋнде ꙋрмѢзъ къ логарітмꙋл ꙟндоіт ал ꙋнꙋі̆ нꙋмър есте логарітмꙋл пътратꙋлꙋі̆ лꙋі̆; ꙟнтреіт есте ал кꙋбꙋлꙋі̆ ші де обще ꙟммꙋлцінд логарітмꙋл алꙋнꙋі̆ нꙋмър прін орі̆ че фъкътор, авем логарітмꙋл пꙋтері ачестꙋі̆ нꙋмър арътат прін ачест фъкътор. Пентрꙋ 9^3, авем $3 \times 4 = 12$, каре респꙋнде ла $729 = 9^3$.

87. ꙟмпротівітоареле ачестор лꙋкрꙋрі сѫнт лесне

а се-аръта пентрꙋ къ логарітмꙋл кѫтꙋлꙋї маї мꙋлт ал ⱡмпърціторꙋлꙋї тревꙋінд съ дѣ пе ал ⱡмпърцітꙋлꙋї, ꙋрмѣзъ ка логарітмꙋл кѫтꙋлꙋї а доъ нꙋмере съ фіе діференца логарітмілор ачестор нꙋмере.

Асеменѣ логарітмꙋл орї кърia ръдъчінї а ꙋнꙋї нꙋмър, есте кѫтꙋл логарітмꙋлꙋї ачестꙋї нꙋмър ⱡмпърціт прін трѣпта ачещії ръдъчінї.

88. Дака ⱡн лок де а лꙋа 3, ам алеце пентрꙋ кꙋвѫнтꙋл прогресіі прін кѫт, о кѫтъціме кꙋ мꙋлт маї мікъ атꙋнчї нꙋмеріле дін каре еа есте компꙋсъ ар фі фост маї апроапе ꙋнꙋл де алтꙋл, ші прін апропіере ам фі афлат ⱡн тржнса 1, 2, 3, 4, 5..... Съ сокотім дар къ есте фъкꙋтъ о таблъ, ⱡн каре ар фі скрісе ачесте нꙋмере ші логарітмії лор, скоцѫнд ⱡнтр'алт кіп пе тоцї чещілалцї термені де міжлок, прінчіпꙋріле каре аръта ръм ар фі фост д'опотівъ адевърате. Съ ⱡнкіпꙋім къ ачѣстъ таблъ есте фъкꙋтъ: ведем къ.

1°. Ка съ ⱡммꙋлцім доъ нꙋмере дѣте есте дестꙋл съ лꙋъм ⱡн таблъ логарітмії лор съ'ї адꙋнъм, ші съ къꙋтъм сꙋма ⱡтре логрітмї: нꙋмърꙋл кореспꙋнзътор есте продꙋктꙋл че се-чере.

2°. Ка съ ⱡмпърцім доъ нꙋмере скоатем логарітмꙋл ⱡмпърціторꙋлꙋї дінтр'ал ⱡмпърцітꙋлꙋї, къꙋтъм ръмъшіца ⱡнтре логарітмї; ші нꙋмърꙋл кореспꙋнзътор есте кѫтꙋл че се-чере.

3°. Ка съ фачем о регулъ де треі адунъм логарітмі челор де міжлок, скоатем пе ал челор де марціне кунoскут, нумърул че ръспунде ешітулуі ва фі чел некунoскут.

4°. Ка съ авем логарітмул унеі фрънцері ретрацем логарітмул нуміторулуі дінтр'ал нумърърторулуі, ръмъшіца ва фі логарітмул че се-чере. Табделе купрінд нумаі логарітмул нумерілор ънтреці; теорема ачѣста ънтінде ънтребуінцарѣ лор ла фрънцері. (91, 1°.).

5°. Ка съ ардікъм ун нумър ла о путере ънмулцім логарітмул съу прін трѣпта путері; кътъм продуктул ънтре логарітмі, нумърул каре се-рапоартъ ла дънсул есте путерѣ че се-чере.

6°. Ка съ скоатем о ръдъчінъ дінтр'ун нумър, ъмпърцім логарітмул ачестуі нумър прін трѣпта ръдъчіні, ші пе кът ъл кътъм ънтре логарітмі; нумърул че се-ръспунде ку дънсул ва фі ръдъчіна че се чере.

Ведем дар къ челе маі компіетіте сокотелі акум ну сънт де кът о жукъріе ка съ зічем аша. Ънмулціріле ші ъмпърціріле се-ъмпліnеск прін адунърі ші скъдері; ардікъріле путерілор ші екстрацеріле ръдъчінілор се-адук ън ънмулцірі ші ъмпърцірі. Ачесте сімплікації сънт датоаре луі NEПЕР вестітул цеометру скоціан, афлъторул логарімілор ші а къруіа меморіе се-кувіне а фі скумпъ тутулор иубіторілор де щііnце.

89. Фачере а таблелор. Ръмжне акум съ арътъм кум путем съ афльм логарітмі тутулор нумерілор ѧнтреџі. Пжнъ ачі прогресііле ноастре прін діференць ші прін кжт аў фост ші уна ші алта ка тот ачел нумър съ аібъ о мулціме де логарітмі. Песте пуцін акум вом ведѣ кувжнтул каре а фъкут съ алеџем пе челе урмътоаре.

÷ 1 : 10 : 100 : 1000 : 10 000 : .... Нумере.
÷ 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . : .... Логарітмі.

0, 1, 2 ... сжнт логарітмі луї 1, 10, 100, ... ші ръмжне съ афлъм пе аі луї 2, 3, 4,... карі ѧмведерат се копрінд ѧнтре 0 ші 1; аі луї 11, 12 ...... 99 сжнт ѧнтре 1 ші 2 шча. Ачещі логарітмі ну путем съ'і авем де кжт прін апропіере; маі обічнуіт не мулцумім ку 7 зечімале.

Съ бъгъм де сѣмъ къ дакъ ѧнтр'о прогресіе, прекум ÷ 0 . 2 . 4 . 6 . 8 . 10 .... лъсъм ун термен престе доі консекутіві, 2 престе 3.... се-фак атунчі алте прогресії ÷ 0 . 4 . 8 . 12 ..., саў ÷ 0 . 6 . 12 ... Путем дар съ не ѧнкіпуім къ ѧн локул ачестора де сус ам луат алтеле а кърора термені ар фі фост ку мулт маі апроапе ѧнтре джнші, ші кърора ачещіа ар фі ажутат а фі парте.

Аша съ пунем къ ам пус ѧнтре 1 ші 10 ун фоарте маре нумър де пропорціонелі де міжлок прін кжт; атунчі фіінд къ не суім дела 1 кътре 10 прін трепте фоарте стржнсе, вом авѣ ѧнтре ачещі де міжлок нуме-

ріле 2, 3, 4.... ла дін зече міліоане апроапе. Дака с'ар пуне ун асеменѣ нумър де пропорціонелї де міжлок прін діференцъ ѫнтре о ші 1; ачещї де міжлок че вор авѣ тот ачѣ трѣптъ ку 2, 3, 4,... вор фі логарітмі ачестор нумере. Тот асеменѣ фачем ші дела 10 пѫнъ ла 100 шча.

Есте адевърат къ ка съ пунем ун нумър маре де термені де міжлок прін кѫт ар требуі съ естраџем о ръдъчінъ де о трѣптъ прѣ ардікатъ (84), дар недъпъртъм де ачѣстъ греутате прін ажуторул деосебітелор ръдъчінї пътрате сукcесіве. Спре пілдъ съ кѫутъм логарітмул луї 5: чел де міжлок прін кѫт ѫнтре 1 ші 10 есте 3,16227766, ші прін діференцъ ѫнтре о ші 1 есте 0,5; 0,5 есте логарітмул луї 3,1622... нумър акум апроапе де 3. О асеменѣ лукраре пентру 1 ші 3,1622... де о парте, ші пентру о ші 0,5 де алта, дъ 0,25 пентру логарітм луї 1,77827941. Асеменѣ ѫнтре 1,7782... ші 3,1622... де о парте, ші ѫнтре 0,25 ші 0,5 де алта, афлъм пентру де міжлок 2,37137370 ші 0,375. Урмѫнд де а маї тот мікшора асеменѣ ачесте хотаре, афлъм 0,30102999 ші 0,47712125. пентру логарітмї луї 2, ші 3.

Ачесте сокотелї сѫнт фоарте остенітоаре; есте ѫнведерат къ ле лукръм нумаї пентру нумеріле челе дінтѫїў: пентру къ чеі лалцї логарітмї се-афлъ дін трѫнші. Дар ку тоате ачестѣ тот ръмѫне ка дестул съ остенѣскъ ші чѣ маї суферітоаре ръбдаре. Аша ноі аратъм ачѣстъ сокотѣлъ нумаї к'ун міжлок де а не

фаче о ідее де фачерѢ таблелор, кътжнд а да маї ѧнлеснітоаре (575).

90. Есте лесне акум а аръта пентру че съ алеџем челе маї де сус доъ прогресії. Тот логарітмул се-формѢзъ дінтр'о парте ѧнтрѢгъ каре се-нумеще Харектірістікъ ші дінтр'о фржнџере зечімалъ дечі.

1°. Логарітмі нумерілор че се-копрінд ѧнтре ..... 1, 10, 100,... се-копрінд ѧнтре 0, 1, 2,... адікъ логарітмул аре пентру характірістікъ атжтѢ унімі, кжте ціфре ѧнтреџі аре нумърул, маї пуцін уна, каре не ѧнлеснеще а ші ачест нумър де ціфре, кжнд характірістіка не есте датъ ші дін протівъ. Нумърул 543,21 аре 2 унімі ѧнтреџі ѧн логарітмул съу, ші 3,47712125 есте логарітмул унуї нумър, а кърѹіа парте ѧнтрѢгъ аре патру ціфре. ПрѢ дис не депъртъм де а умплѢ таблеле ку ачѢстъ характерістікъ, каре есте аколо е нефолосітоаре.

2°. Кжнд врем съ ѧммулцім саў съ ѧмпърцім ун нумър прін 10, 100, 1000,... требуе съ адъогъм саў съ скоатем логарітмулуї съў 1, 2, 3,... унімі, де унде урмѢзъ къ а мърі саў а мікшора характерістіка ку 1, 2, 3,... есте а ѧммулці саў а ѧмпърці нумърул кореспунзътор прін 10, 100,... саў а адъога 1, 2, 3,... нуле, орї але скоате, ѧн сфжршіт есте а мута віргула ку 1, 2, 3,... трепте спре дрѢпта саў спре стжнга. Логарітмі нумерілор 3,4578; 34,578; 345,78 аў тот ачѢ парте зечімалъ; ші нумаї характерістічіле коръ-

спунзътоаре сѫнт 0, 1, 2,...

Кѫнд врем съ зічем къ о кѫтъціме есте ун логарітмѹ Табулер, ꙟл арътъм прін семнул L; лъсѫнд ꙟнсемнаре Log: ꙟн ꙟнтѫмплърі кѫнд сістема ва фі арбітраръ сау нехотърѫтъ.

91. ꙟнтребуінцаре Таблелор. Требуе съ авем ла ꙟндъмѫнъ табле де логарітмі ка съ ꙟнцелецем ꙟнтребуінцаре лор. Таблеле луі Калет, Борда, ші Деламбру сѫнт челе маі обічнуіте. Ноі ачі ну вом ꙟнтрепрінде де а аръта ꙟнтребуінцаре лор; дар сѫнт оаре каре пунтурі каре требуеск луміnате, къчі сѫнт требуінчоасе ꙟн ꙟмвъцътуръ.

1°. Логарітмул нумерілор <1 ау о греутате: де обще (88,4°) требуе съ ретрацем логарітмул нуміторулуі дінтр'ал нумъръторулуі ка съ авем пе ал унеі фрѫнцері: дар кѫнд еа есте маі мікъ де кѫт уну, скъдере ну се-поате фаче. Спре пілдъ ка съ ꙟммулцім 5 прін $\frac{3}{4}$, фіінд къ есте д'опотрівъ ку а ꙟмпърці пе 5 прін $\frac{4}{3}$, есте тот ачеꙗ а адъога L $\frac{3}{4}$ ла L 5; сау а ретраце L $\frac{4}{3}$ дін L 5; ші атунчі алецем маі біне ачꙗстъ дупъ урмъ лукраре. Ведем дар къ требуе съ трацем логарітмул нумъръторулуі дінтр'ал нуміторулуі, ші къ съ ꙟнтребуінцъм ꙟнсъ ачест логарітм ꙟн ꙟнцелес дін протівъ; адікъ съ'л скъдем де ва требуі съ'л адунъм, ші дін протівъ. Пръцурілор ачестора лі с'а дат нуме де Логарітмі Негатіві пентру къ се-ꙟнсемнꙗзъ ку семнул — че се-пуне ꙟнаінте.

Есте дестул пуцінъ бъгаре де сꙗмъ ка съ скапе чі-

нева де грешълї. Іатъ маї мѹлте фелѹрї де ексемплѹрї дестоїніче а ꙟнлеснї ꙟнцелецерѣ ачестор сокотелї.

$1^{\circ}.\ x=\frac{42,212\times\frac{3}{5}}{0,04}$; $2^{\circ}.\ x=\sqrt{\frac{5}{7}}$; $3^{\circ}.\ x=\frac{\sqrt[3]{0,00027}}{32,41}$.

Ꙟнтѫїа лѹкраре.

L5=	0,6989700	L100=	2,0000000
L3=	0,4771213	L4=	0,6020600
$L\frac{3}{5}$=	—0,2218487	L0,04=	—1,3979400
L42,212=	1,6254359		1,4035872
	1,4035872	Lx=	2,8015272 x=633,18

А доа лѹкраре.

Ка съ афлъм нѹмърѹл че ръспѹнде ачестѹї логарітм негатів, ꙟл ретрацем дін 1, лѹкрѹ каре фаче нѹмърѹл де 10 орї маї маре; авем 0,9269360 каре ръспѹнде лѹї 8,4515; дечї...... x=0,84515.

L5=	0,6989700
L7=	0,8450980
$L\frac{5}{7}$=	—0,1461280
Lx=	—0,0730640

А трейа лѹкраре

Скоатем дін 3 ачест логарітм Lx, каре фаче нѹмърѹл де 1000 де орї маї маре; авем 0,2997756 каре ръспѹнде ла 1,9942; дечї x=0019942.

L 100000=	5,0000000
L 27=	1,4313638
L 0,00027=	—3,5686362
	—1,1895454
L 32,41=	1,5106790
Lx=	—2,7002244

Луарѣ амінтє чє сє-чєрє ла сокотѣла логарітмілор нєгатіві, нє фачє ка ꙟн локул лор съ алєџєм маї бінє пє ачєіа а кърор нумаї характерістіка єстє нєгатівъ аша ка съ авєм $L\frac{3}{5} = L\,3 - L\,5$, фачєм скъдєрѣ а фі путінчоасъ, адъогжнд 1 ла характерістіка луї 3; ꙟнсъ ва трєбуі съ скъдєм 1 дін ковжршірє ші вом авѣ $L\frac{3}{5} = -1 + 0,7781513$ пє карє ꙟл скрім аша.... $\bar{1},7781513$. Ачі фіінд нумаї характерістіка нєгатівъ, аратъм къ ꙟн сокотѣлъ ундє ва інтра ачєст фєл дє логарітм, нє пъзім а скъдѣ ачѣстъ унімє. Асємєнѣ.... $L\,0,04 = L\,4 - L\,100 = L\,4 - 2 = \bar{2},6020600$. Путєм вєдѣ кжтъ ꙟнлєснірє дъ ачєст мєтод пєнтру фржнџєрілє зєчімалє. Сокотєлілє дє сус сє-фак кум урмѣзъ:

$L\frac{3}{5} = \bar{1},7781513$	$L5 = 0,6989700$	$L0,00027 = \bar{4},4313638$
$L42,212 = 1,6254359$	$L7 = 0,8450980$	адъогъм ші скъдєм
$1,4035872$	$L\frac{5}{7} = \bar{1}.8538720$	2, ші луъм жумъ-
$L0,04 = \bar{2},6020600$	адъогъм ші скъ-	татѣ . . . . . .
$Lx = 2,8015272$	дєм 1, ші луъм	$\bar{2},8104546$
	жумътатѣ.....	$L32,41 = 1,5106790$
	$Lx = \bar{1},9269360$	$Lx = 3,2997756$

Асфєл венім ла ачєлѣші рєзултатурі. Съ ꙟнсємнъм къ ꙟн чєлє дін урмъ доъ єксємплурі кжнд ам авут съ ꙟмпърџім ун логарітм ꙟнсємнат ку о характерістікъ нєгатівъ, маї ꙟнтжю 'лам фъкут а фі дє-ꙟмпърџіт адъогжндуї ун нумър кувіінчос дє унімі. Аша ка съ луъм $\frac{1}{2}\,L\,\frac{5}{7}$, ам пус $L\frac{5}{7}$ субт форма $-2 + 1,8538720$. ші ачѣстъ прєꙟнгріжірє трєбує тот д'ауна а о луа ꙟн бъгарє дє сѣмъ.

3°. Прѣ мȣлт сь пре-скȣртѣзъ лȣкръріле прін ꙟнтретȣбінцарѣ компліnірілор; сокотѣлъ дін противъ се-репоартъ ла чел дін тжїȣ ексемплȣ че авȣръм ꙟнаінте: ка сь лȣъм логарітмȣл лȣї $\frac{3}{5}$ адъогъм L3 компліnірей лȣї L5 (везї №10).

L3=0,4771213
Км. L5=$\bar{1}$,3010300
L42,212=1,6254559
Км. L0,04=1,3979400
Lx=2,8015272

4°. Біне есте а фаче еспресііле маї сімпле маї наінте де а аплека сокотѣла логарітмікъ; аша есемплȣ ностру чел дінтжїȣ се-редȣче ла $x=\frac{3.422,12}{2}$; ші нȣмаї ка сь ведем маї біне жокȣл логарітмілор негатіві ам алес сь трактъм формȣла дінаінте.

5°. Сь фіе черȣт логарітмȣл ал ȣнȣї нȣмър каре трече песте хотаръле таблелор че се-ꙟнтжмплъ, спре пілдъ ꙟн табеле лȣї Callet, каре нȣ пъшъск маї наінте де 108 мії. Кжнд воім пе логарітмȣл лȣї ..... 5487344, кътъм маї ꙟнтжїȣ логарітмȣл лȣї 54873,44 а кърȣїа партѣ зечімалъ есте тот ачеѣ, ші пентрȣ ачѣста фіінд къ ла логарітмȣл лȣї 54873 коръспȣнде ꙟн таблъ 7393587, фачем атȣнчї ачѣстъ пропорціе.

1 (Діференца ꙟнтре нȣмере) се-аре кътре 79 (діфер: ꙟнтре лог. лȣї 54873 ші 54874) ка 0,44 (діф. ꙟнтре 54873 ші 54873,44) кътре x; де ȣнде ...... x=0,44×79=35 каре се-адаогъ пърці зечімале а L54873, ші авем 7393622: есте де прісос сь аръгъм къ 79 ші 35 цін лок ꙟн пропорціа ноастръ де 0,0000079

ші де 0,0000035. Акум нумаї ръмжне декжт а пуне характерістіка кувіінчоасъ дупъ локул віргулеї ѧн нумърул чел пропус.

Ачѣстъ регулъ де треї каре суътпуне къ нумеріле креск ѧн пропорціе ку логарітмі лор есте ѧнведерат грешітъ: ѧнсъ нумеріле 1, 10, 100..... авжнд пентру логаітмї 0, 1, 2,... логрімі нумерілор дела 1 пжнъ ла 10 пжнъ ла 100,..... ѧмпарте ѧнтре джнші непотрівіт о уніме; де унде урмѣзъ къ ку кжт нумеріле сжнт маї марї, ку атжта логарігмї косекутіві (че він унул дупъ алтул) се-деосібеск маї пуцін ѧнтре джнші. Нумеріле де чінчї ціфре требуе съ аїбъ пентру логарітмі лор, чел пуцін пжнъ ла ун лок, о ачеѣші діференцъ, ші мърџініндусе пжнъ ла 7 зечімале; аша ведем ѧн табль къ апроапе де 100 нумере консекутіве, вечіне де 54873, аў 79 пентру діференцъ логарітмікъ.

6°. Ка съ афлъм нумърул че ръспунде логарітмулуї $\bar{1}$,7393622, ведем маї ѧнтжю къ каде ѧнтре нумеріле 54873 ші 54874; ші къ діференца ѧнтре ачест логарітм ші ал луї 54873 есте 35; аша ѧнкіпуінд 8 унімї ѧнтреџї ла характерістіка логарітмулуї пропус ел ва ръспунде ла 54873 адъогат ку о фржнџере пе каре о афлъм ѧнторкжнд пропорціа де сус. Авем даръ

$$\frac{79}{1}=\frac{35}{x},$$ де унде $x=\frac{35}{79}=0{,}44$; ші $\bar{1}$,7393622

есте логарітммул луї 0,5487344.

Сфжршіт.

NOTE

ла

АРІТМЕТІКЪ

1 Асеменѣ ар пȣтѣ чінева съ алкътȣіаскъ деспърцірілє а трі де доъ саȣ патрȣ ціфре; ꙟнсъ атȣнчі кжнд ȣсе ȣн нȣмър, ам авѣ ꙟнтр'о ꙟнтжмпларе маі мȣлте деспърцірі, ші ꙟнтр'алта маі пȣціне: пентрȣ каре черчетжнд хотаръле нȣмерілор че се ꙟнтребȣінцѣзъ маі дес есте лесне а ведѣ къ с'а фъкȣт ꙟмвоіре а се-лȣа о мъсȣръ кȣвіінчоасъ ꙟнтре амжндоъ пърцілє.

2 Тот ачест темеюȣ поате съ слȣжаскъ спре а скрі тоате нȣмерілє кȣ маі мȣлте саȣ маі пȣціне ціфре. Съ не ꙟнкіпȣім спре пілдъ къ не ам ꙟмвоіт а ꙟнтребȣінца нȣмаі патрȣ характері, атȣнчі о ціфръ пȣсъ д'астжнга алтіа ар требȣі съ фіе де патрȣ орі маі маре декжт дака ар фі фост ꙟн локȣл съȣ; 10 атȣнчі ар прецȣі патрȣ, 11 чінчі, 12 шасе, 13 шапте, 20 опт, 21 ноъ шчл:

Кжнд ва воі чінева съ чітѣскъ ȣн нȣмър скріс саȣ дін протівъ, ва ꙟнтжлні ꙟн ꙟнтжмпларѣ ачѣста маі мȣлте грешъці декжт ꙟн сістема ѕечімалъ, пентрȣ къ фелȣл аръгърі нȣ се ва ꙟмвоі кȣ ачѣстъ нȣоъ діспозіціе. Спре пілдъ ка съ чітім нȣмърȣл скріс пріn 4123 ꙟн сістема нȣмерацієі де чінчі ціфре 0, 1, 2, 3, 4, [адікъ кжнд о ціфръ пȣсъ д'астжнга алтіа есте де чінчі орі маі маре декжт дака ар фі фост ꙟн локȣл съȣ] атȣнчі требȣе съ ꙟммȣлцім пе 2 пріn 5, пе 1 пріn 5^2 саȣ 25, пе 4 ꙟн сфжршіт пріn 5^3 саȣ 125 ші авем . . . . ;

$4 \times 125 + 1 \times 25 + 2 \times 5 + 3$ саѹ 538 пентрѹ прецѹл нѹмърѹлѹї пропѹс, скріс ꙟн сістема зечімалъ.

Дін протівъ съ кътъм цiфреле каре съ арате нѹмърѹл 434 дін сістема де 5 характері. Пентрѹ ачѣста съ ꙟнсемнъм къ сокотѣла де сѹс поате а се-фаче ꙟн ординѹіала ꙟнтоарсъ; адікъ ꙟммѹлцінд пе 4 дін 4123 прін 5 ші адъогжнд 1 спре дрѣпта каре дъ 21; пе ѹрмъ ꙟммѹлцінд пе 21 прін 5 ші адъогжнд 2, ші ꙟн сфжршіт пе ешітѹл 107 прін 5 ші адъогжнд 3, афлъм тот пе 538: де ѹнде ведем къ 4 с'а ꙟммѹлціт де треї орї прін 5, 1 де доѫ орї, ші 2 одатъ.

Дѹпъ ачѣстъ черчетаре се-веде къ требѹе съ ꙟмпърцім нѹмърѹл пропѹс 434 прін 5, ръмъшіца 4 ва фі 1-а цiфръ деспре дрѣпта, ші кжтѹл 86 ва фі прецѹл челор лалте цiфре скоцжндѹсе 4; ꙟмпърцінд дін нѹоѹ пе 86 прін 5, ръмъшіца 1 ва фі а 2-а цiфръ; ꙟмпърцінд іар пе кжтѹл 17 прін 5, вом авѣ пентрѹ а 3-а цiфръ ръмъшіца 2, ші пентрѹ а 4-а пе кжтѹл 3 кареле фіінд маї мік декжт 5 сфжршаще лѹкрарѣ. Аша еспресіа саѹ аратарѣ черѹтъ есте 3214.

Ведем асеменѣ къ 566 скріс кѹ патрѹ характерї дъ 20312; къ ꙟн сістемеле де 6, 9, ші 12 цiфре нѹмърѹл 5035 се-аратъ прін 35151, 6814, $2ab7$, *а* ші b ꙟнсемнжнд зече ші ѹнспрезече ꙟн сістема де доіспрезече характері. Ачест дін ѹрмъ фел де нѹмераціе есте маї фолосітоаре декжт челе лалте тоате, пентрѹ къ доъспрезече аре маї мѹлці ꙟммпърціторі де кжт зече; ꙟнсъ ар фі ѹн лѹкрѹ фоарте кѹ греѹ а се-статорнічі акѹм, пентрѹ къ ар требѹі съ скімбъм нѹмеріле ші тоате нѹмероаселе ꙟнтребѹінцърі че він дін еле.

3 Цiфра кжтѹлѹї есте грешітъ маї кѹ деосебіре кжнд а доа цiфръ а ꙟмпърціторѹлѹї ва фі > 5, пентрѹ къ продѹктѹл дін прічіна еї ва авѣ ѹн маї маре нѹмър де ѹнімі. Аша фіе $\frac{1435}{289}$; ꙟмпърцінд, $\frac{14}{2} = 7$ дъ о цiфръ прѣ маре: ꙟн ачѣстъ ꙟнтжмпларе пѹтем асеменѣ пѹне ꙟн локѹл ꙟмпърціторѹлѹї 287 пе 300 ші

ръ zічечем $\frac{14}{8}=4$; атѫнчї ѧнсъ рътъчірѣ ва фі дін протівъ кънчї вом авѣ о ціфръ мікъ, кѫ тоате къ есте маї апроапе де адевъратѫл кѫт каре есте 5.

Ѧн кѫт пентрѫ черкаре, поате чінева съ о факъ лѫкрѫнд де ла стѫнга спре дрѣпта; пентрѫ къ дака дѫпъ чел маї маре кѫвѫнт скъдерѣ ѫнѫї продѫкт нѫ есте пѫтінчоасъ, нѫ есте пѫтінчоасъ асеменѣ нічї кѫнд челе ціпѫте вор мърі нѫмърѫл де скъzѫг? Аша ка съ черкъм кѫтѫл 5 ѧн ѧмпърцірѣ 1914 прін 329, zічем $6\times3=18$, трас дін 19, ръмѫне 1, каре алътѫрат лѫнгъ 1 чеѫрмѣzъ дъ 11; $2\times6=12$ пе каре нѫл пътем траце дін 11; дечї 6 есте маре ші требѫе съ черкъм пе 5.

Ла нічї о ѧнтѫмпларе ціфра ціпѫтъ нѫ поате съ фіе д'опотрівъ кѫ ѧммѫлціторѫл, пентрѫ къ дака ар фі 5 ар требѫї ка ціфра ѧммѫлцітъ съ фіе $=10$, ка съ пѫтем ціпѣ 2. Аша дака вом фаче тот деодатъ ші ѧмѫлцірѣ ші скъдерѣ, ціфра ціпѫтъ ва фі маї потрівітъ кѫ ѧммѫлціторѫл, ші дака кѫнд фачем проба, дѫпъ кѫм zісеръм, вом ѧнтѫлні о ръмъшіцъ д'о потрівъ кѫ ціфра че черкъм, атѫнчї требѫе съ о сокотім къ ачѣ ціфръ нѫ есте аша де маре. Фіе спре пілдъ, $\frac{25068}{3571}$, ешітѫл 8 ал лѫї $\frac{25}{3}$ есте прѣ маре; ка съ черкъм пе 7, zічем $3\times7=21$, трас дін 25 ръмѫне 4 ші авем 40; $7\times5=35$ дін 40 ръмѫне 5; ѧн сфѫршіт $7\times7=49$ скос дін 56 ръмѫне 7, дечї 7 есте бѫн. Де обще черкарѣ требѫе мѫнатъ пѫнъ ла о ѧнтѫмпларе ѧн каре нѫ пѫтем съ скъдем, саѫ пѫнъ кѫнд вом гъсі о ръмъшѫцъ чел пѫцін д'о потрівъ кѫ ціфра че черкаръм.

4 Маї іатъ ѧнкъ о пробъ вредnікъ де ѧнсемнат пентрѫ сімплітатѣ са. Съ пѫнем къ се-чере продѫктѫл лѫї 293 прін 1572; съ дескомпѫнем пе 293 ѧн доъ пърцї дін каре ѫна съ фіе ръмъшіца ѧмпърцірії лѫї 293 прін 9; атѫнчї авем.... $293=9\times32+5$; дечї де вом ѧммѫлці прін 1572 партѣ чѣ дін тѫю 9×32 ва да ѫн де-ѧммѫлціт ал лѫї 9; ѧн кѫт продѫктѫл

293×1572 ꙟмпърціт прін 9 требуе съ аібъ тот ачѣ ръмъші-цъ ка ші 5×1572; дар дескомпуінд дупъ асеменѣ кіп ші пе 1572, авем 1572=9×174+6; ші ꙟммулціnд прін 5, ръмъшіца ꙟмпърцірей ва фі тот ачеѣ ку а луї 5×6 каре есте 3. Аша ведем къ ръмъшіца че афлъм ла продукт есте продуктул ръмъшіцілор фъкторілор.

Аша дар ꙟмпърцім пе фъкторї ші пе продукт прін 9 ші черкъм дака ачѣстъ кондіціе се-ꙟмплінеще. Ачѣстъ путере ну оаре нумаї 9, чі ші орї че алт ꙟмпърцітор; ꙟнсъ пропрієтатѣ (везї N° 24, 25,) а нумерілор 9 ші 11 не фаче а алеџе пе ачесте нумере, пентру ꙟнлесніре; маї мулт де кѫт пе орї че алт нумѣр.

Спре пілдъ ам афлат къ 53 687×908=48 747 796; ка съ черкъм ачѣстъ сокотѣлъ, адунъм тоате ціфреле фъкторілор ші але продуктулуї, ꙟнгріжінд ка съ скоатем пе 9 де кѫте орї сума ꙟл ва ковѫрші; ръмъшіціле афлате асфел сѫнт: 2, 8 ші 7; дечї 2×8=16 ші 7 есте ръмъшіца луї $\frac{16}{9}$ (пентру къ 6+1=7): дечї лукрарѣ ну есте грешітъ.

Асеменѣ ꙟмпърцінд пе 700 200 031 прін 683 679, авем пентру кѫт 1024, ші 112 735 пентру ръмъшіцъ: ꙟмпърцінд ачесте патру нумере прін 9, афлъм ръмъшіціле 4 ла ꙟмпърціт, 3 ла ꙟмпърцітор, 7 ла кѫт ші 1 ла ръмъшіцъ. Дака ꙟмпърцірѣ с'ар фі фъкут ексакт, ръмъшіца ꙟмпърцітулуї ар фі фост де 3 орї 7=21 саў маї біне 3; адъогѫнд 1 кареле провіне дела ръмъшіцъ, афлъм 4 пентру ковѫршірѣ ꙟмпърцітулуї асупра де-ꙟммулцітелор луї 9, дупъ кум се-веде.

5 Ачѣстъ пропрієтате алџебрічеще се-аратъ аша, п фіінд ун нумър ꙟнтрег оаре каре, 2n аратъ тоате нумеріле ку соц, ші 2n±1 челе фъръ соц.

6 Путем а луа кѫтул прін ковѫрші́ре саў прін ліпсъ; Аша пентру $\frac{25}{7}$ кѫтул есте 3 саў 4, пентру къ 25=3×7+4 саў ..

$=4\times7-3$; ръмъшіца дар, есте 4 саȣ—3, ші ръмъшіцеле че се-аратъ кȣ семнȣл—требȣе съ се-ia ꙟнтр'ачест ꙟнцелес.

7 Адеверіческе се-zіче къ орі че нȣмър дін тѫн (афаръ де 2 ші 3) есте де форма $6n\pm1$, речіпрока нȣ есте адевърат, пентрȣ къ пѫнъ акȣм ꙟнкъ нȣ с'а пȣтȣт афла о формȣлъ кȣвіінчоасъ а аръта нȣмаі нȣмеріле дін тѫн ші а ле копрінде пе тоате.

8 фіе $\alpha\,\beta\,\gamma\ldots$ ꙟмпърціторі дін тѫн аі оаре кърȣіа нȣмър N, $m\ n\ p\ldots$ нȣмърȣл де кѫте орі фіеще каре есте фъктор; аша авем $N=\alpha^m\,.\,\beta^n\,.\,\gamma^p\ldots$ Ка съ афлъм пе тоці ꙟмпърціторі лȣі N, лȣъм тоці термені продȣктȣлȣі.

$$(1+\alpha+\alpha^2+\ldots+\alpha^m)(1+\beta+\beta^2-\ldots+\beta^n)(1+\gamma+\ldots+\gamma^p)$$

Нȣмърȣл тȣтȣлор ꙟмпърціторілор ачестора есте:

$$(m+1)(n+1)(p+1.)$$

9 Ар пȣтѣ съ се-съвѫршаскъ ꙟммȣлцірѣ ꙟнчепѫнд дела ціфра трептеі челіі маі ардікате а ꙟмȣлціторȣлȣі, атȣнчі фіеще каре дін продȣктеле ꙟн парте требȣе съ фіе ꙟнаінте кȣ о трѣптъ спре дрѣпата. Кіпȣл ачеста нȣ аре нічі о деосебіре алта де ачела че с'а арътат ла (15) де кѫт къ рѫндȣл дін тѫн с'а скріс ꙟн локȣл челȣі дін ȣрмъ, чел д'ал доілѣ с'а скріс ꙟн локȣл челȣі дінаінтѣ челȣі дін ȣрмъ . . . . прінтр'ачѣста, авем ꙟнлеснірѣ де а кȣноаще маі ꙟнтѫі ціфреле каре аȣ чел маі маре пpeц ші каре кѫте одатъ сѫнт дестȣле.

934 528
34 277
2 803 584
373 811 2
18 690 56
6 541 696
654 1696
3203 281 6256

Фіе черȣт продȣктȣл $93{,}4528\times3{,}4277$ кȣ 5 zечімале. Ꙟнсемнъм къ ꙟммȣлціторȣл авѫнд 5 ціфре, ȣнімілe ръспȣнд

ла а 5-а колонъ а продȣктȣлȣї, ші аша віргȣла се-ва пȣне ꙟнтре а 4-а ші а 5-а ціфръ, дȣпъ кȣм се-ꙟнсемнѣꙁъ дін протівъ кȣ о трьсȣрь пріи міжлок; дака о датъ се ва хотърж локȣл віргȣлеї, атȣнчї ꙟммȣлцім пе 934528 прін 3 ші 4; ȣніміле 2 але ачестȣї дін ȣрмъ продȣкт ворфі ꙟн а 5-а трѣптъ де ꙁечімале.

93	4528
3	4277
280	3584
37	38112
1	86905
	65416
	6541
320,	32814

Ꙟнчепжнд ꙟммȣлцірѣ дела 2, пе 6 каре' а ешіт дін $2 \times 8 = 16$ нȣ ꙟл пȣнем, чі ціием нȣмаї пе 1, пе каре о ȣнім кȣ $2 \times 2 = 4$; ші аша пȣнем 5 сȣбт 2; пе ȣрмъ $2 \times 5 = 10$ шча:

Ꙟммȣлцірѣ прін 7 се-ве ꙟнчепе нȣмаї дела ціфра 2 а ꙁечімілор, $2 \times 7 = 14$; ціием 1 фъръ съ пȣнем 4, пе ȣрмъ ꙁічем $7 \times 5 = 35$; $35 + 1 = 36$, пȣнем 6 сȣбт 5; пе ȣрмъ $4 \times 7 = 28$ шча: Ші аша маї ꙟнколо лъсжнд дела фіеще каре лȣкраре кжте о ціфръ ла ꙟммȣлціre. Фіеще каре ціфръ че лъсъм о ꙟнсемнъм кȣ ȣн пȣнт д'асȣпра.

Ачѣстъ регȣлъ есте маї мȣлт декжт тоѣ д'аȣна фолосітоаре кжнд фъкторії ворфі апропіаці, пентрȣ къ кіпȣл чел обічнȣіт деобще атȣнчї аравѣ ачѣ некȣвіінцъ де а прелȣнгі лȣкрарѣ кжнд продȣктȣлȣї ȣн прѣ маре нȣмър де ціфре, дін каре челе дін ȣрмъ требȣе а се-лъса ꙟн сфжршіт, ꙟнцелегжндȣсе къ нȣ требȣе а пъстра ачі де кжт пърціле ꙁечімале де ачеѣші трѣптъ кȣ фъкторії.

Чѣ дін ȣрмъ ꙁечімалъ че авем прін міжлокȣл ачеста есте грешітъ, пентрȣ къ асȣпра еї с'а адъогат ачеѣ че ам ціиȣт дела колона ȣрмътоаре, ші пентрȣ ачѣста требȣе а къȣта о ꙁечімалъ маї мȣлт, ка пе ȣрмъ съ лъсъм пе чѣ дін ȣрмъ.

10 Ꙟмпърцірѣ їаръ афлъ о прескȣртаре аналогъ. Фіе $\frac{2202281}{21277}$, дȣпъ че ам афлат пе челе дін тжїȣ доъ ціфре але

кѫтꙋлꙋї, лъсъм афаръ ꙋнімілє 7 але-ꙟпъщіторꙋлꙋї; асфел вом афла пе а-3-а ціфръ а кѫтꙋлꙋї ші ръмъшіца 1812; асемене скоатем афаръ ші зечімілє 7 алє ꙟмпърціторꙋлꙋї ші аша маї ꙟнколо. Есте лесне а аплека ачест кіп де лꙋкраре ꙟнтрꙋ конверсіа фрѫнцерілор ꙟн зечімале.

3203281	33277	
118351	934529	
15520		
1812		
102		
34		

11. Де обще ка съ не апропієм маї пꙋцін кꙋ $\frac{1}{q}$ де прецꙋл ꙋнеї фрѫнцерї дате $\frac{a}{b}$ о ꙟммꙋлцім прін q, ші кътъм ꙟнтреџї x ші а+1 ꙟнтре каре каде кѫтꙋл $\frac{aq}{b}$; $\frac{x}{q}$ ші $\frac{x+1}{q}$ вор фі фрѫнцеріле черꙋте.

12. Форма џенералъ а фрѫнцерілор че се-пот адꙋче ексакт ꙟн зечімале есте $\frac{a}{2^m.5^n}$; нꙋмърꙋл ціфрелор зечімаале есте д'о-потрівъ челꙋї маї маре дін спꙋнеџї m ші n.

13. Нꙋ есте аічі локꙋл де а деслꙋші метоаделе прін каре с'аꙋ кꙋноскꙋт лꙋнџімѣ метрꙋлꙋї, нічї прін каре ꙟнгріжірї требꙋе а фаче прегътірѣ че слꙋжаще спре а афла граммꙋл. Везї фізіка лꙋї Haüy n° 59. Ноі аічі не мърџінім а спꙋне къ требꙋе а се-слꙋжі кꙋ апъ кꙋратъ ꙟнтр'о температꙋръ ші пресіе атмосферікъ хотърѫте. Съ се-ꙗ дар апъ дістілатъ [стрекꙋратъ] прін а са съꙋ максімꙋм де десіме (прін чѣ маї маре саꙋ маї стрѫнсъ десіме), каре есте 4 граде чентіграде маї сꙋс де кѫт гіаца топітъ, барометрꙋ арътѫнд 76 чентіметре.

14. Тот ачѣ ам фі съвѫршіт ші кꙋ ꙋн фъкътор маї сімплꙋ де кѫт 192; везї ачѣ че с'а зіс пентрꙋ редꙋкціа ла ачелаш нꙋмітор (34); ноі ам лꙋат аічі пе 192 ка съ фачем а се-ꙟнцелеџе маї біне коcеквенца че ꙋрмѣзъ.